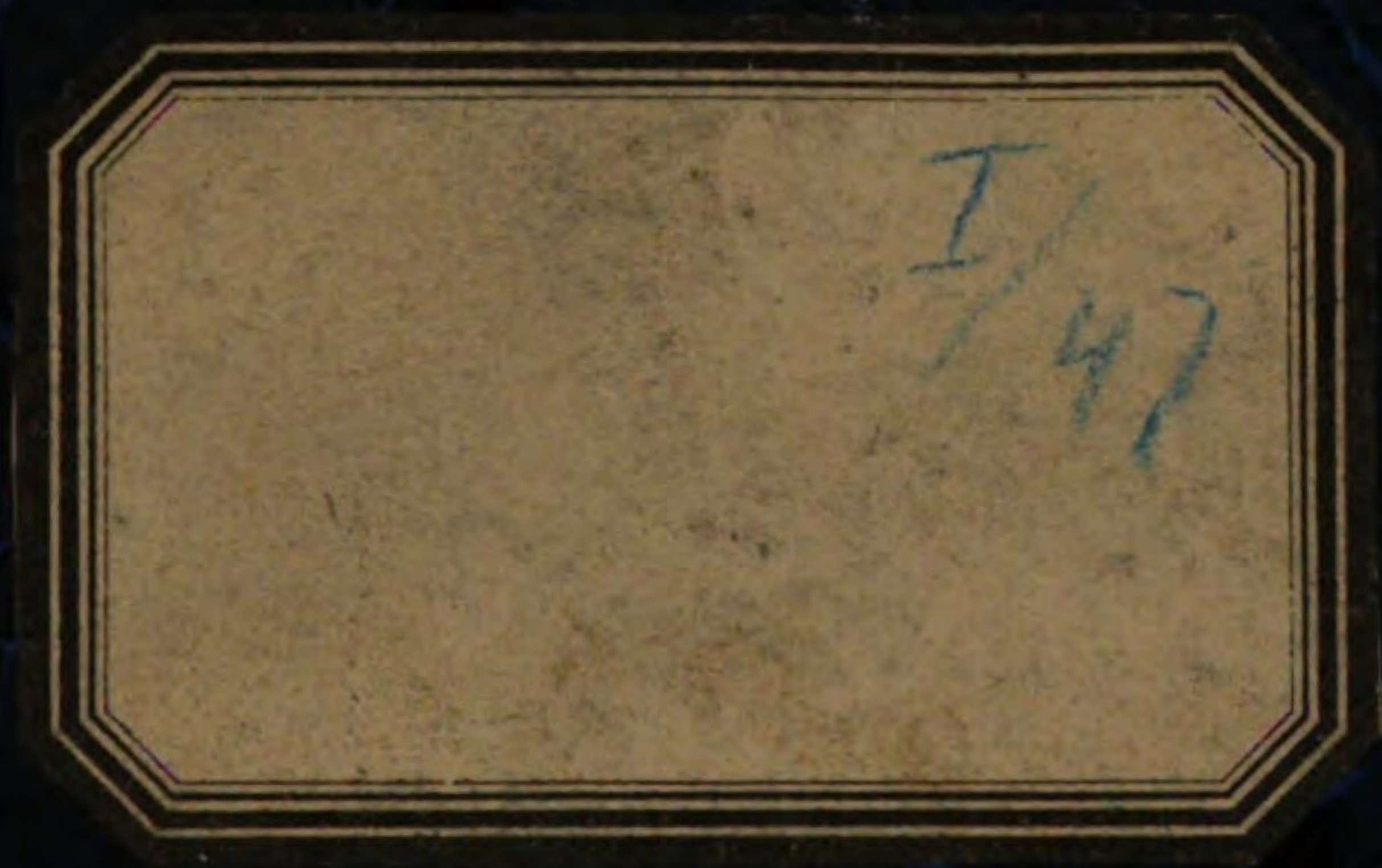


Math. P
103. 6



REVOLUTION

1776

AMERICAN

LIBRARY

1776

1776

Zusammenstellung
der
Lehrvorträge
über
Geometrie

von
Franz Eberth,
Hauptlehrer an der landw. Kreiswinterschule
in
Landsberg ^a/Lech,
gehalten in den beiden Schuljahren 18 $\frac{73}{74}$ und 18 $\frac{74}{75}$.

Erste Auflage.

1875.

Zusammensetzung

der

Lehrvorträge

von

Geometrie



Hauptlehrer an der hiesigen Hochschule

in

Bonn

geboren in der hiesigen Stadt am 12. April 1815

—

Erste Auflage

—

1815

Verlag von J. Neumann, Neudamm

Vorwort.

Von Seite der hohen königlichen Regierung für Ober-
begraben ist mir im Jahre 1873 der ehrenvolle Auf-
trag geworden, an der im selben Jahre von Kaiser
Johan VI. errichteten Schule außer dem Muttersprache
in der Arithmetik, im Zeichnen und über Physik,
Chemie und Mineralogie auf solchen in der Geometrie zu
vermitteln. Der Muttersprache im ersten Theile umfasst
einen Theil der Geometrie und zwar die Planimetrie,
jener des II. Theiles beschränkt sich auf die Stereometrie.

Auf die Herausgabe dieses Buches, welche mit Ge-
nehmigung der Vorstandschaft obengenannter Schule,
des hohen kaiserlichen Leugenermeisters Arnold
geschieht, soll das zeitveränderliche Dictiren und un-
veränderliche Nach- und Abschreiben von Seite der Schüler ver-
mieden werden.

Im Drucke ließ man es nicht erscheinen, weil
die lithographischen Zeichnungen neben den Texten in
der Regel fehlgeschlagen waren und die Fortsetzung

Dieses Gesuch durch Abhängigkeitsverhältnisse, Forderungen
über Aufwachen und Lernen von Seiten und durch
den Mangel im III. Kurse z. z. beabachtet ist.

Indem ich dieses bescheidene Verlangen der Aufsicht
liebe übergeben, bitte ich meine hohen Kollegen um
wohlwollende Berücksichtigung und persönliche Kritik und
die Väter unserer Väter, sowie unserer Lehrer,
halten um größtmögliche Unterstützung.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite.
1. Begriff der Geometrie	1
2. I. <u>Planimetrie</u>	1
3. Ein Zeichnen in der Geometrie	1-2
4. Von den Linien	2-6.
5. Von den Winkeln	6-11
6. Von den Flächen	11-12.
7. Von den Körpern	12-17.
8. Von den Winkeln	17-20.
9. Von den Winkeln	20-22
10. Der Kreis	22-26.
11. II. Stereometrie	26-38.
12. III. Ausmessung u. Berechnung der geometrischen Größen	38-66.

Verzeichnis der

Seite	
1	1. Verzeichnis der
1	2. Verzeichnis der
1	3. Verzeichnis der
1	4. Verzeichnis der
1	5. Verzeichnis der
1	6. Verzeichnis der
1	7. Verzeichnis der
1	8. Verzeichnis der
1	9. Verzeichnis der
1	10. Verzeichnis der
1	11. Verzeichnis der
1	12. Verzeichnis der
1	13. Verzeichnis der
1	14. Verzeichnis der
1	15. Verzeichnis der
1	16. Verzeichnis der
1	17. Verzeichnis der
1	18. Verzeichnis der
1	19. Verzeichnis der
1	20. Verzeichnis der
1	21. Verzeichnis der
1	22. Verzeichnis der
1	23. Verzeichnis der
1	24. Verzeichnis der
1	25. Verzeichnis der
1	26. Verzeichnis der
1	27. Verzeichnis der
1	28. Verzeichnis der
1	29. Verzeichnis der
1	30. Verzeichnis der
1	31. Verzeichnis der
1	32. Verzeichnis der
1	33. Verzeichnis der
1	34. Verzeichnis der
1	35. Verzeichnis der
1	36. Verzeichnis der
1	37. Verzeichnis der
1	38. Verzeichnis der
1	39. Verzeichnis der
1	40. Verzeichnis der
1	41. Verzeichnis der
1	42. Verzeichnis der
1	43. Verzeichnis der
1	44. Verzeichnis der
1	45. Verzeichnis der
1	46. Verzeichnis der
1	47. Verzeichnis der
1	48. Verzeichnis der
1	49. Verzeichnis der
1	50. Verzeichnis der
1	51. Verzeichnis der
1	52. Verzeichnis der
1	53. Verzeichnis der
1	54. Verzeichnis der
1	55. Verzeichnis der
1	56. Verzeichnis der
1	57. Verzeichnis der
1	58. Verzeichnis der
1	59. Verzeichnis der
1	60. Verzeichnis der
1	61. Verzeichnis der
1	62. Verzeichnis der
1	63. Verzeichnis der
1	64. Verzeichnis der
1	65. Verzeichnis der
1	66. Verzeichnis der
1	67. Verzeichnis der
1	68. Verzeichnis der
1	69. Verzeichnis der
1	70. Verzeichnis der
1	71. Verzeichnis der
1	72. Verzeichnis der
1	73. Verzeichnis der
1	74. Verzeichnis der
1	75. Verzeichnis der
1	76. Verzeichnis der
1	77. Verzeichnis der
1	78. Verzeichnis der
1	79. Verzeichnis der
1	80. Verzeichnis der
1	81. Verzeichnis der
1	82. Verzeichnis der
1	83. Verzeichnis der
1	84. Verzeichnis der
1	85. Verzeichnis der
1	86. Verzeichnis der
1	87. Verzeichnis der
1	88. Verzeichnis der
1	89. Verzeichnis der
1	90. Verzeichnis der
1	91. Verzeichnis der
1	92. Verzeichnis der
1	93. Verzeichnis der
1	94. Verzeichnis der
1	95. Verzeichnis der
1	96. Verzeichnis der
1	97. Verzeichnis der
1	98. Verzeichnis der
1	99. Verzeichnis der
1	100. Verzeichnis der

Geometrie.

§. 1. Die Geometrie ist dasjenige Theil der Mathematik, das sich mit dem Ausmaassen der Linien, Winkel, Flächen und Körper beschäftigt.

§. 2. Die Geometrie wird eingetheilt in ebene Geometrie (Planimetrie) und in körperliche Geometrie (Korrespondenz).

I. Planimetrie.

§. 3. Die Planimetrie beschäftigt sich mit denjenigen Konstruktionen, welche in einer Ebene liegen, nämlich mit Linien, Winkel und Flächen. Die Korrespondenz mit solchen Konstruktionen, welche nur im Raume gedacht werden können, das Körperbau.

§. 4. Um die in der Geometrie am häufigsten vorkommenden Wörter in ihrer Beschreibung abzukürzen, bedient man sich folgender Zeichen:

- + das Zeichen der Parallelität.
- ~ das Zeichen der Ähnlichkeit.

- $\cong$ Das Zeichnen der Gleichheit u. Ähnlichkeit (Congruenz)
- $\angle$ Das Zeichnen des Winkels.
- R Das Zeichnen des rechten Winkels.
- $\triangle$ Das Zeichnen des Dreiecks.
- $\square$ Das Zeichnen des Quadrats.

Von den Linien.

S. 5. Eine Linie ist eine Ausdehnung nach einer Seite hin, oder sie ist die Verbindung zweier Punkte.

Hiernach folgert sich die Definition des Punktes:

Der Punkt ist die Gränze einer Linie, oder er bezeichnet bloß einen Ort im Raum, er selbst nimmt aber so wenig wie die Linie einen Raum ein, kann auf die Linie fort weiter Levita noch Vitta. Die Linie, kann man auf sagen, ist eine Verfallung des Ausdrucks für Länge, Levita, Vitta, Höhe und Tiefe; oder auf: sieht man ganz von der Construction ab, so ist die Linie der allgemeine Begriff für Ausdehnungen nach einer Richtung hin, wie Länge, Levita, Vitta, Höhe und Tiefe; kann sagt man z. B. von da bis dort sind 4 Stunden, so ist keine Linie dorten sichtbar, sondern man sucht sich darunter

nimm Fußsäumung, Länge von 4 polise Längenmaßen,
 die mit Wunde nimm. Laßt man sich fauen eine
 Höhe von 100 Matar, so ist ebenfalls keine sichtbare Linie
 gegeben, sondern es ist wieder die Fußsäumung von einem
 Punkt zu einem andern - im Raum bestimmten - also
 nach einer Richtung hin, in bestimmten Längenmaß,
 maßen bestimmt. Obgleich gegeben, das Lageverhältniß festzu-
 stellt.

§. 6. Im Allgemeinen unterscheidet man bei den
 gegebenen Linien, gerade, gebogene und gekrümmte Linien.

§. 7. Gerade (horizontale) Linien sind polise, die
 in derselben Richtung wie ein Geraden fortlaufen.
 (Fig. 1.)

Figur 1.

§. 8. Gebogene, oder gebogene (gebogene) Linien
 sind jene, welche nach der Richtung des Einflusses ge-
 geben werden und sich weiter zur rechten oder zur linken
 Seite neigen. (Fig. 2) (: Trifft eine gebogene Linie ein ger-
 ade Linie an einem ihrer Endpunkte, so entsteht ein
 gebogenes Gebilde. :)

Figur 2.

Figur 3.

§. 9. Eine gerade oder gerade Linie ist eine sol-
che, die sich nach einer Seite auf- oder abwärts nicht.

§. 10. In der Geometrie unterscheidet man bloß zwei
Arten Linien: die gerade Linie - und bloß gerade ge-
nannt - und die krümmende Linie.

Figur 4.

§. 11. Die gerade Linie ist die kürzeste Ausdehnung
zwischen zwei Punkten; oder auch: eine Linie, die
ihre vom Anfangspunkte aus eingeschlagene Richtung
beibehält bis zu ihrem Endpunkte. Zwischen zwei Punk-
ten ist nur eine Gerade möglich.

Figur 5.

§. 12. Eine krümmende Linie ist diejenige,
die während ihrer Ausdehnung stetig ihre Richtung ändert,
oder die vom Anfangspunkte aus eingeschlagene Richtung
fortwährend verläßt bis zu ihrem Endpunkte; wofür
kein Fall von ihr gerade ist.

§. 13. Außerdem hat man noch gebogene und ge-
kürzte Linien, die selbstständig nur wieder Fälle der

geraden und krummen Linien sein können.

§. 14. Die geborenen Linien sind solche, die gerade, Figur 6.
wenige ihrer Richtung ändern, also aus Theilen zusammen
gesetzt sind, welche für sich betrachtet, Gerade bilden.

§. 15. Die gemischte Linie ist jene, welche ihrer Rich- Figur 7.
tung bald geraderweise bald stetig ändert, also aus geraden
und krummen Linien zusammengesetzt ist.

§. 16. Zwei gerade Linien in einem ebenen Raum
so zueinander liegen, daß sie

a, bei ungetragener Verlängerung, je zwei auf Figur 8.
einen gemeinschaftlichen Punkt zu, in einem Geraden zu,
sammensallen;

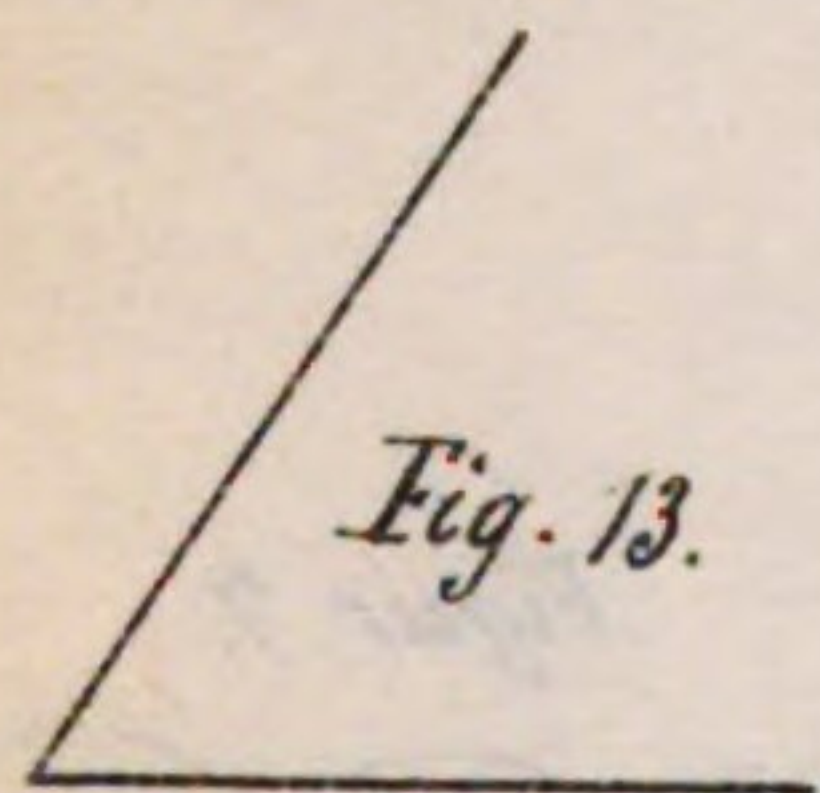
b, gleichweit voneinander liegen, also parallel sind; Figur 9.
— auf krummen Linien sind parallel, wenn sie in
allen ihren Theilen gleichweit voneinander laufen — Figur 10.

c, bei fortschreitender Verlängerung sich an einem Figur 11.
Punkte treffen oder scheitern;

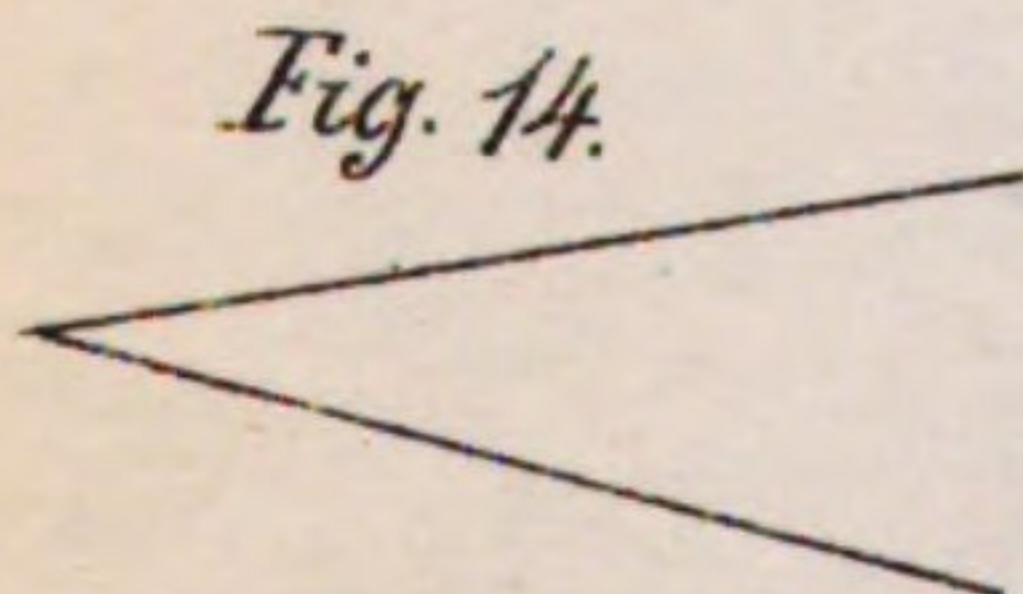
d, wenn sie einen ihrer Endpunkte gemein- Fig. 12.
schaftlich haben sich gleichfalls dort treffen müssen.

Das so entstehende Gebilde, nennt man Winkel.

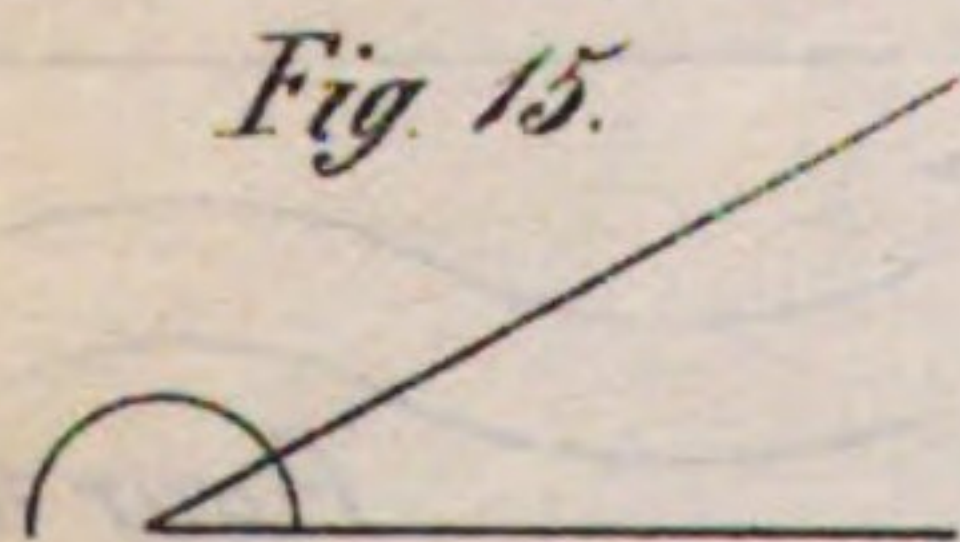
Von den Winkeln.



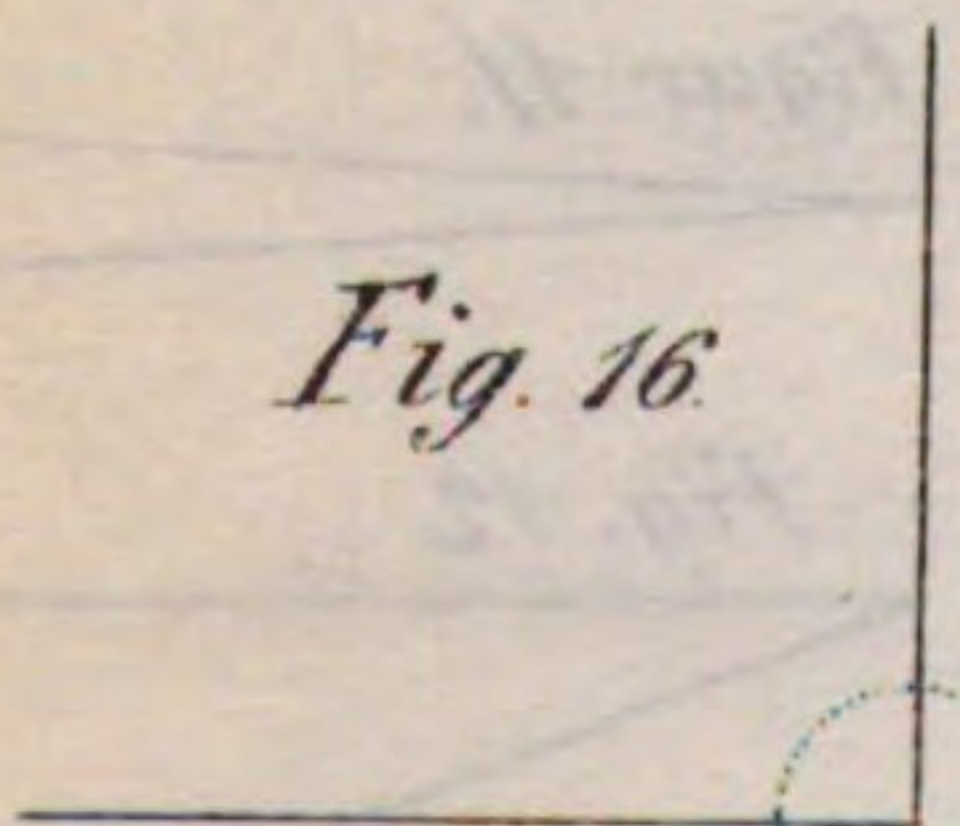
§. 17. Ein Winkel entsteht nur so, wenn am Endpunkt, da einer gegebenen Linie eine andere Gerade in derselben Ebene so aufgesetzt wird, daß zwei Endpunkte sich vereinigen lassen.



§. 18. Sobald sich zwei gerade Linien vereinigen, gehen sie in eine Gerade über, werden die Linien nicht mehr Linien sondern Winkel genannt. Da wo sie sich gegenseitig schneiden, nennt man sie konvergierend, und wo sie sich voneinander entfernen, divergierend. Der Treffpunkt oder Scheitelpunkt wird Spitze oder Scheitel des Winkels genannt.



§. 19. Der Winkel ist der Unterschied der Richtungen zweier an einem Punkte zusammenstoßender gerader Linien.



§. 20. Man kann die Winkel so unterscheiden, daß sie sich wieder zu noch vereinender vereinigen, also fortwähren

und einander, so ist dieser Winkel ein rechter. Neigen
sich die Seiten gegenwärtig, so ist der Winkel spitz;
neigen sich die Seiten voneinander, so ist der Winkel
stumpf; ist die Neigung jedoch so groß, daß die zwei
Seiten in entgegengesetzter Richtung in einer Geraden
zusammen fallen, so wird der Winkel gestreckter
Winkel genannt.

Fig. 17.

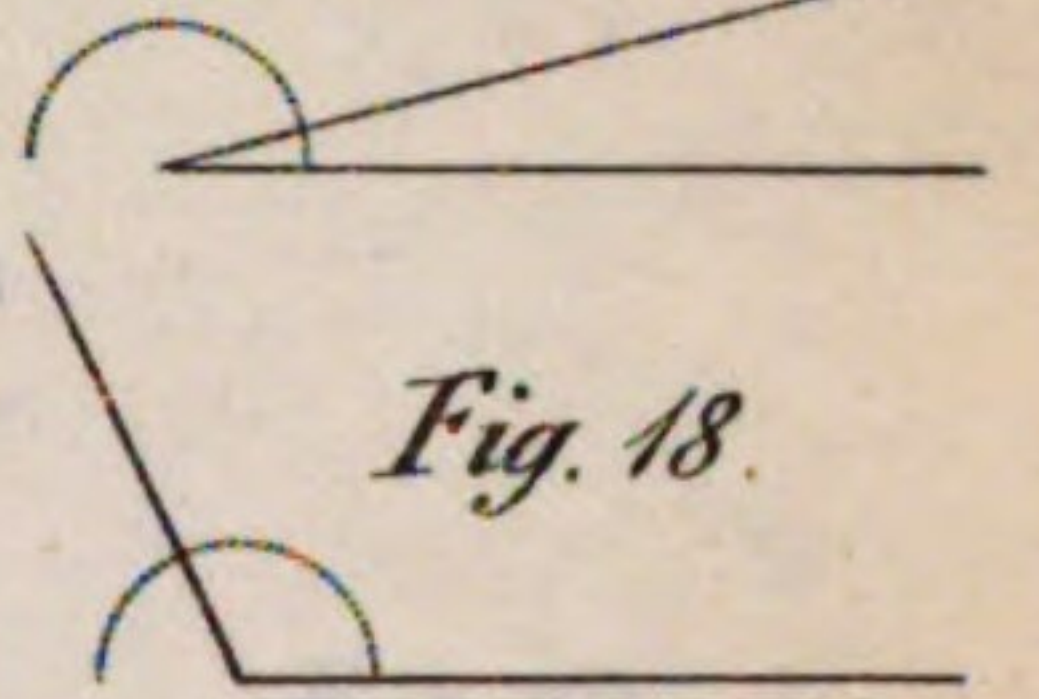


Fig. 18.

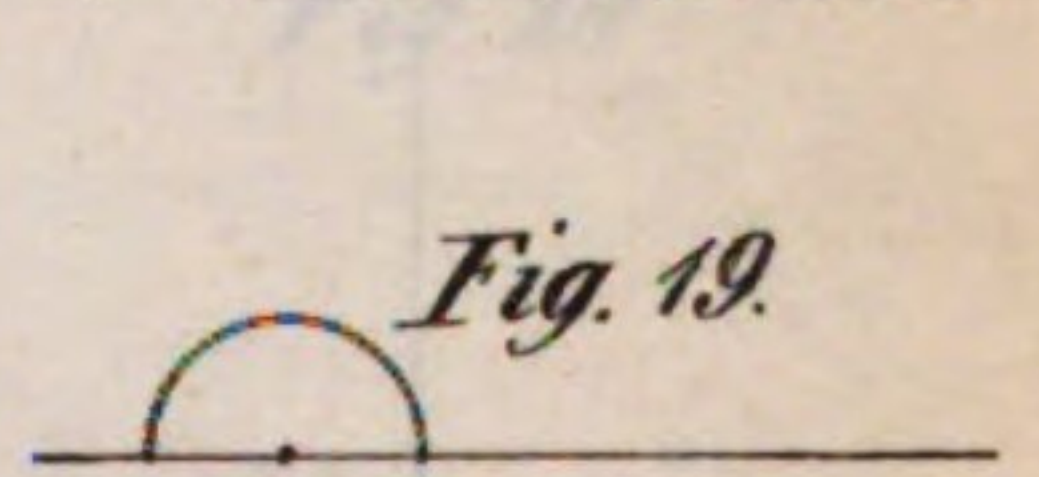
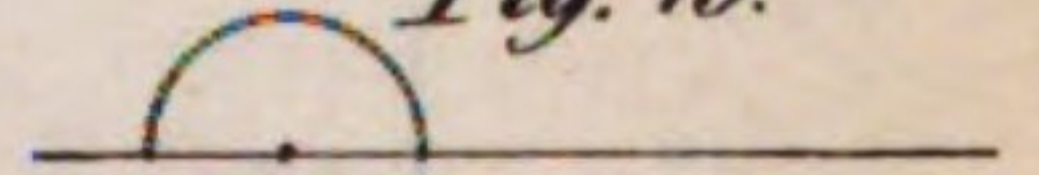


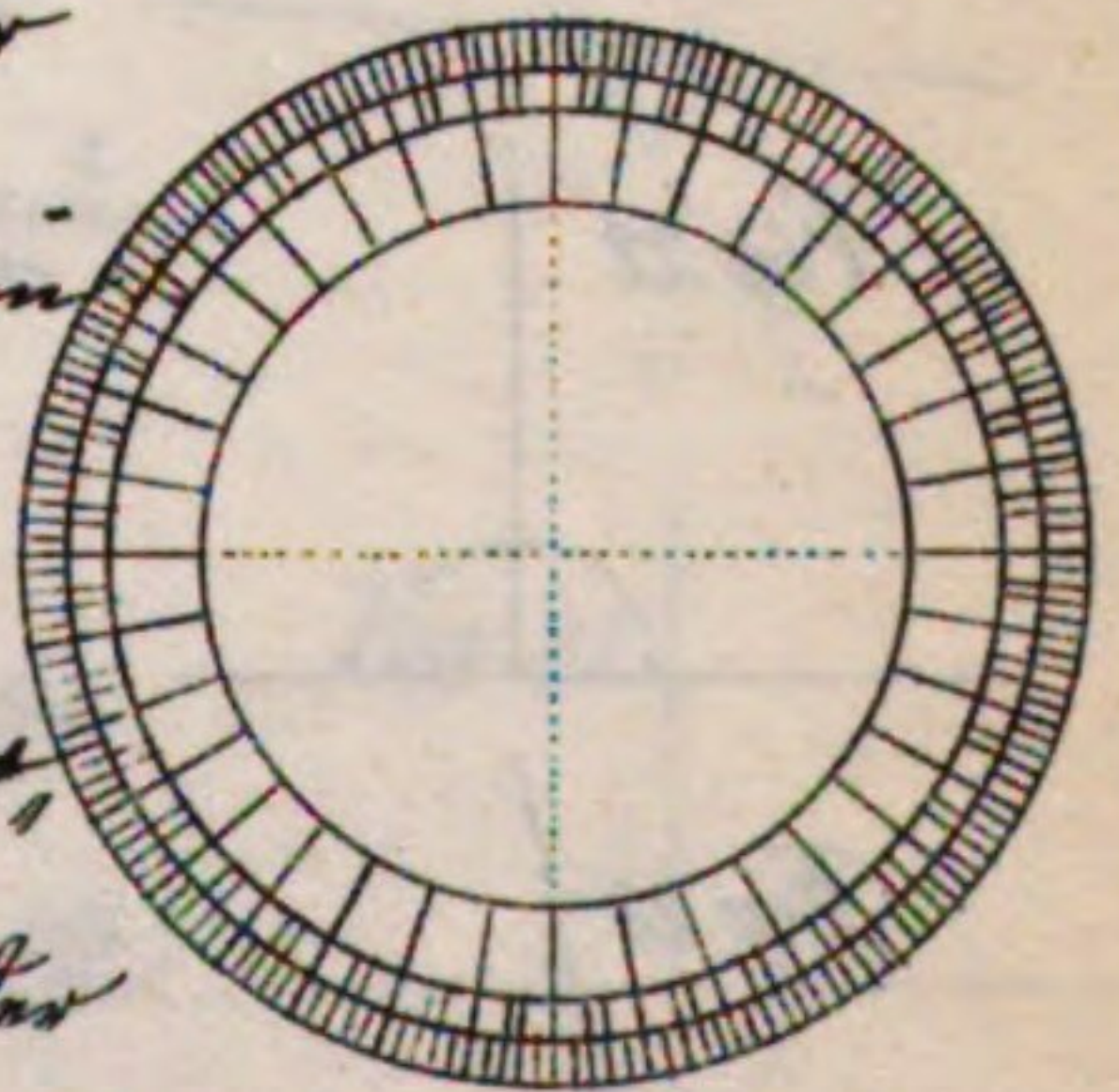
Fig. 19.



§. 21. Ein Hälfte des gestreckten Winkels, ist der
rechte Winkel = R . Ist der Winkel kleiner als
der rechte, so wird er spitzer Winkel, ist er
größer als der rechte Winkel, so wird er stumpfer Win-
kel genannt.

§. 22. Ein Maßmaß zum Maaßen der Winkel
ist der 360 theil der Kreislinie des Kreises, oder der
vierte Theil desselben = dem 90 theil eines rechten
Winkels, welchen Theil man Winkelgrad ($^{\circ}$) nennt.
Diese Einheit ($^{\circ}$) würde weiter in 60 Theile getheilt, und
von jedem Theil Winkelminuten $1' \text{ } ^{\circ}$ genannt wird, und der
60 the Theil hiervon ist der Winkelsecunda $1'' \text{ } ^{\circ}$.

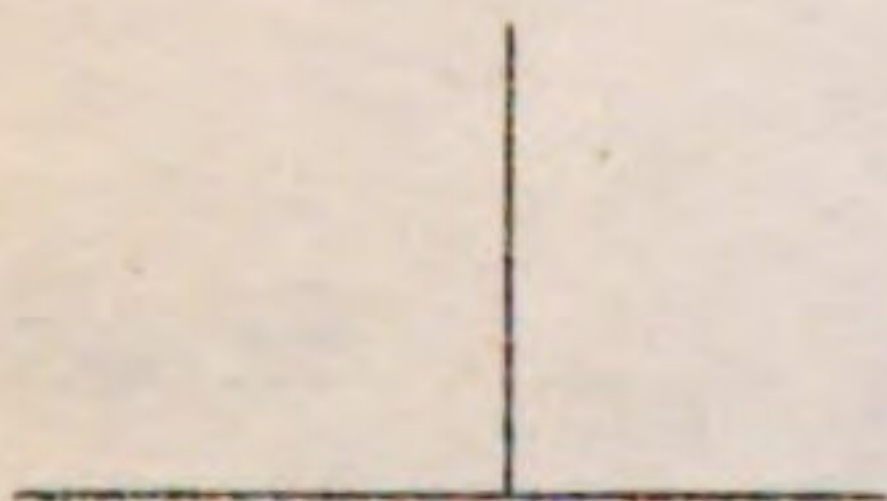
Fig. 20.



Ist also ein Winkel 90° 1', so ist er schon stumpf, ist er aber nur $89^\circ 59'$ und noch weniger, so ist er spitz.

Je länger die Neigung gegen den Winkel desto so groß ist, desto tiefer der gestreckte Winkel bildet, wird der Winkel immer stumpf genannt, und ist die Neigung des Winkels noch so klein, so ist er immer ein spitzer Winkel.

Fig. 21



§. 23. Verlängert man den einen Winkel eines Winkels in derselben geraden Richtung vom Vertex aus fort, oder treffen zwei gerade Linien in einem Punkt nicht an gegenüberliegenden Seiten zusammen, so entstehen Nebenwinkel.

§. 24. Nebenwinkel sind solche Winkel, die einen gemeinsamen Vertex und Seite und die bei dem einen Winkel in einer geraden Linie liegen. Nebenwinkel liegen immer zwei Winkel in zwei geraden Linien.

Fig. 22

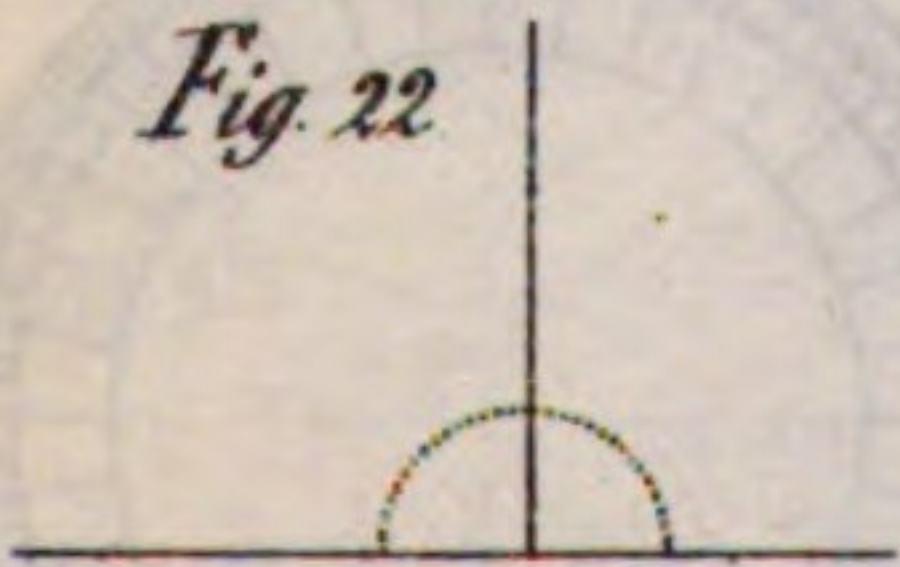
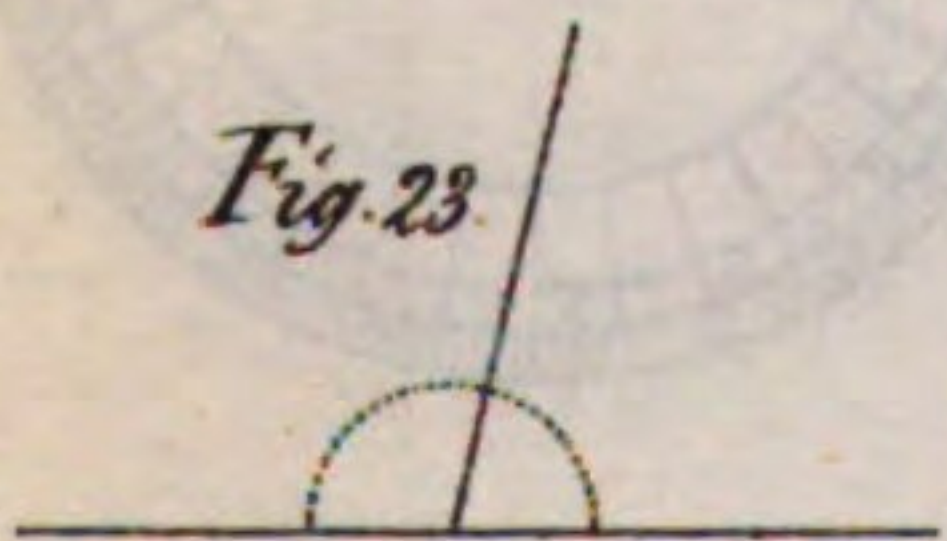


Fig. 23



§. 25. Ist der eine Nebenwinkel ein rechter, so muß der andere auch ein rechter sein; ist dagegen der eine spitz, so muß der andere stumpf sein.

§. 26. Zwei Nebenwinkel haben zusammen ein,
 oder ein Bogen von 180 Grad, also so viel wie
 zwei rechte Winkel, weil der stumpfe Winkel um
 so viel größer, als der spitze kleiner von der rechten ist.

Fig. 24

§. 27. Verlängert man den gemeinseftlichen Punkt,
 der der Nebenwinkel in derselben Richtung fort, so ent-
 stehen zwei Winkel, die man Vertikale Winkel heißt. Der-
 selbe Gebilde entsteht, wenn man die beiden Punkte eines
 Winkels über den Punkt hinaus verlängert; oder auch:
 wenn eine gerade Linie mit einer andern geraden Linie
 durchschnitten wird.

Fig. 25

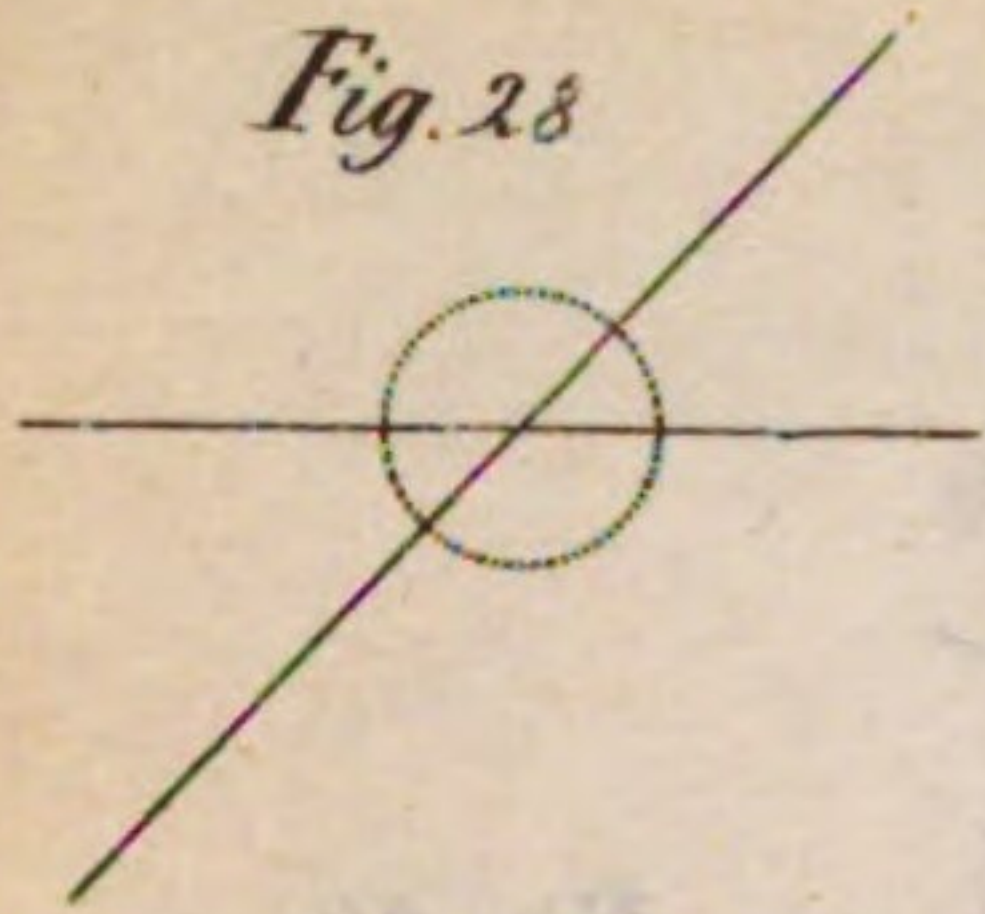
§. 28. Vertikale Winkel sind solche Winkel, die einen
 gemeinseftlichen Punkt haben und bei gleichen ja zwei
 Punkten in einer geraden Linie zusammenfallen. Ein
 einer Vertikale Winkel haben also zwei Punkte in zwei Geraden.

Fig. 26

§. 29. Ist der eine Vertikale Winkel ein rechter, so
 müssen die andern drei auch rechte sein; ist der eine spitz,
 so ist der gegenüberliegende auch spitz und die beiden

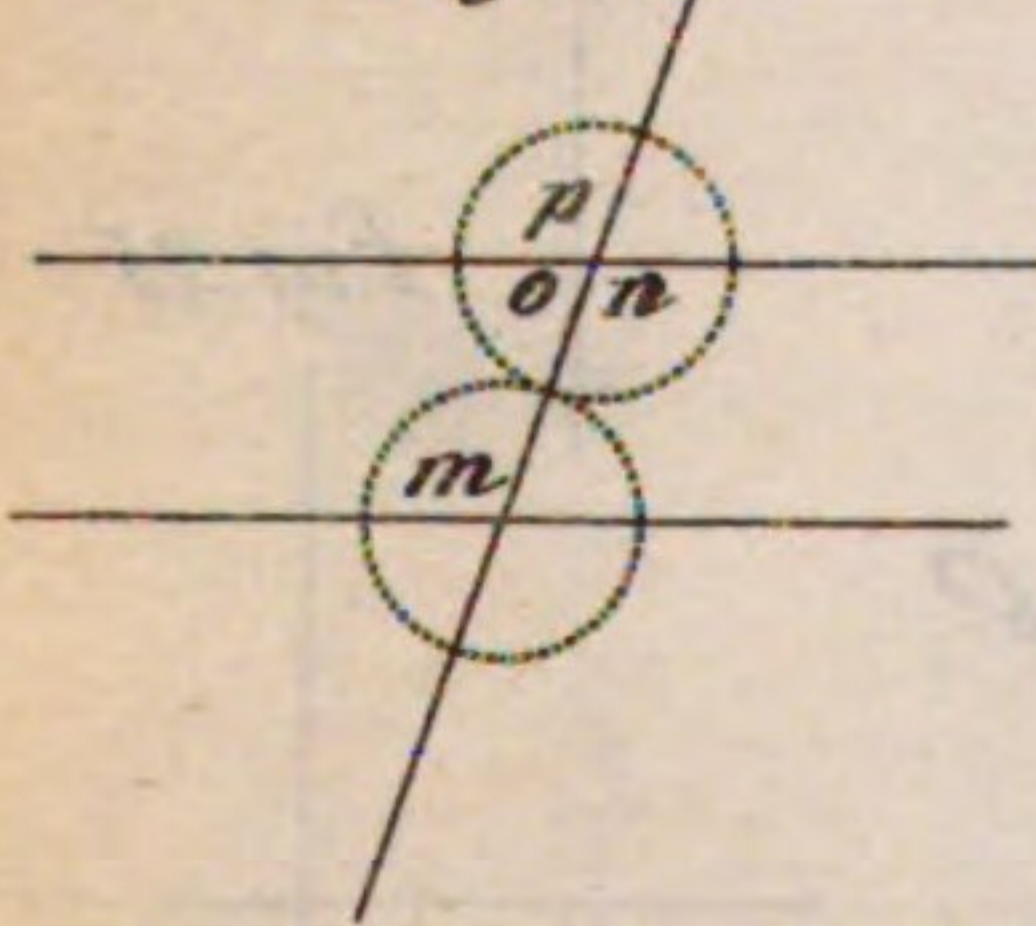
Fig. 27

Fig. 28



anderen Hümpf und zwar so, daß die beiden spitzen Winkel gleich und die stumpfen Winkel auch gleich sind. Die Summe derselben macht 360° , genau so viel, als vier rechte Winkel.

Fig. 29



S. 30. Wenn zwei Parallellinien von einer dritten geraden Linie durchschnitten werden, so entstehen acht Winkel, als sind hierbei: 1, die Winkel m und n einander gleich; 2, der äußere Winkel p ist gleich dem inneren m ; 3, die beiden inneren Winkel o und n fallen zusammen 180° Grad. Die Parallellinien, die mögen weit entfernt oder nahe bei einander liegen, behalten stets mit der durchschneidenden Linie dieselbe Lage bei. Kühlt man sie näher zueinander, so werden sie so wohl die Linien als Winkel denselben. Es ist folglich der Winkel $m = n$, in dem sie beim Aufeinanderlegen Verticalwinkel bilden.

- Setzt man anstatt n das gleiche m , so ist der $\angle p = m$. - Die p und o als Nebenecken 180° fallen, und man wegen Gleichheit anstatt des Winkels p den Winkel m setzen kann, so fallen auch m und o zusammen 180° .

Von den Flächen.

§. 31. Ein Gebilde, das von geraden Linien, oder von einer krummen Linie, oder von geraden und krummen Linien zugleich eingeschlossen, begrenzt ist, heißt Fläche.

§. 32. Eine Fläche hat zwei Ausdehnungen: Umfang und Größe eine Ausdehnung der Länge nach und eine Ausdehnung der Breite nach.

§. 33. Eine Linie, welche eine Fläche begrenzt, nennt man Umriss. Ist jedoch eine Fläche nur von einer einzigen krummen Linie, die gleichweit von einem Punkte entfernt ist, eingeschlossen, so nennt man diese Begrenzungsline Umriss, sondern Umfang Linie.

§. 34. Eine Fläche wird benannt nach der Anzahl der Umriss, oder Winkel, oder Seiten. Hat sie 3 Umriss oder Winkel, so wird sie Dreieck, hat sie 4 Umriss oder Seiten, so wird sie Viereck, hat sie 5 Umriss oder Winkel, so wird sie Fünfeck oder sechseck.

Fig. 31.



Fig. 32.



Fig. 33.

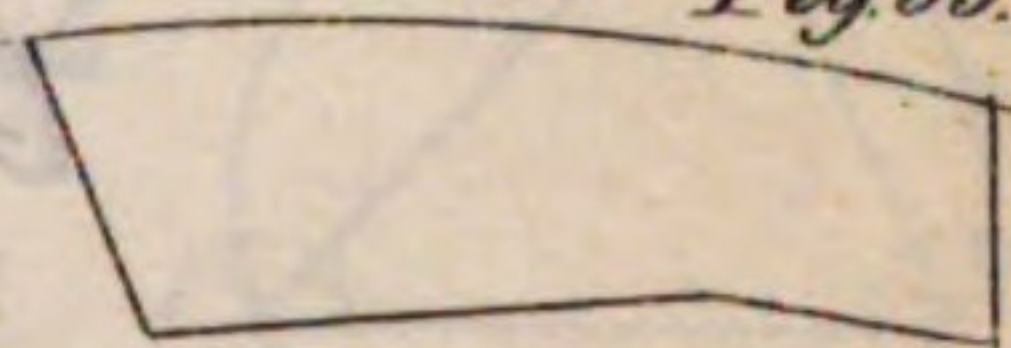


Fig. 34.

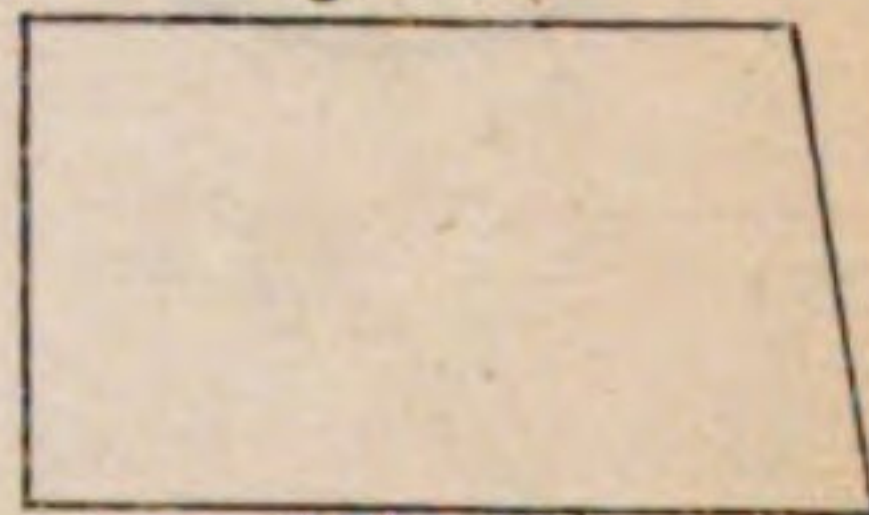


Fig. 35.

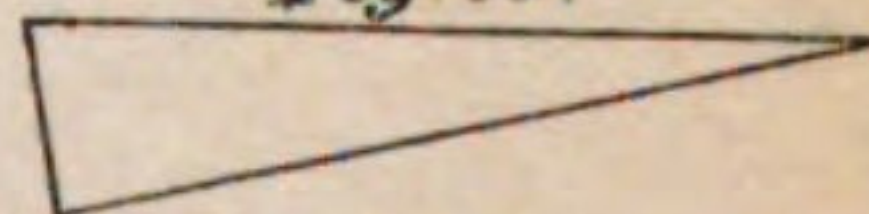


Fig. 36.

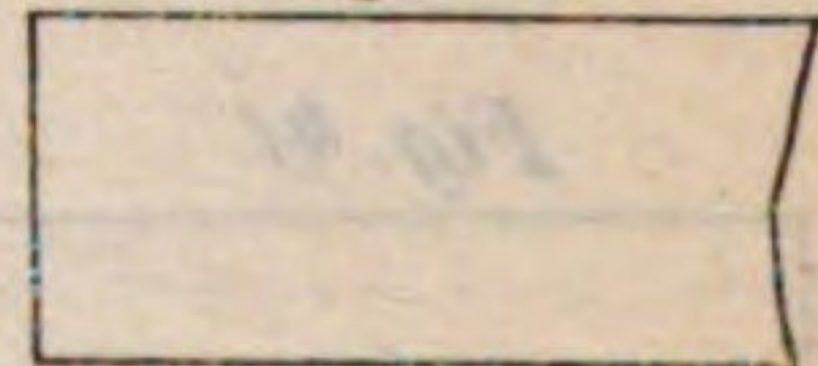


Fig. 37.



Fig. 38.

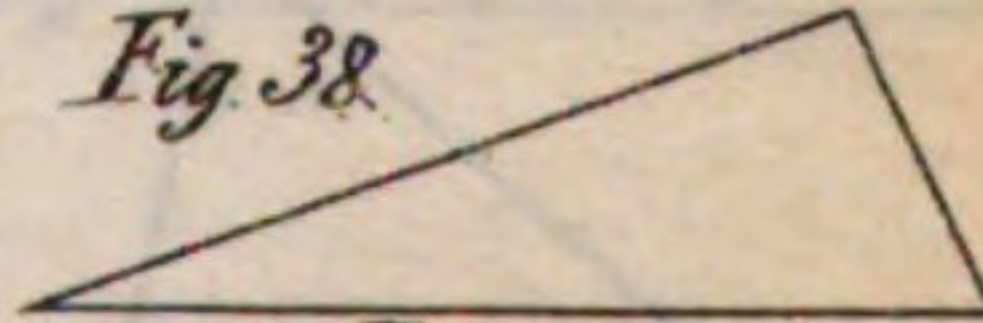


Fig. 39.

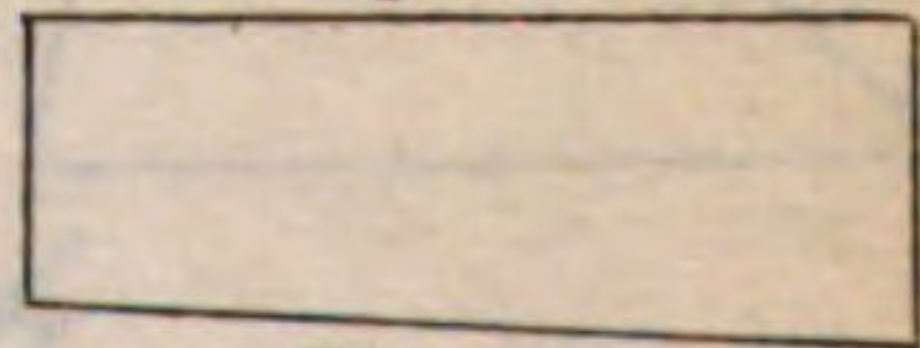
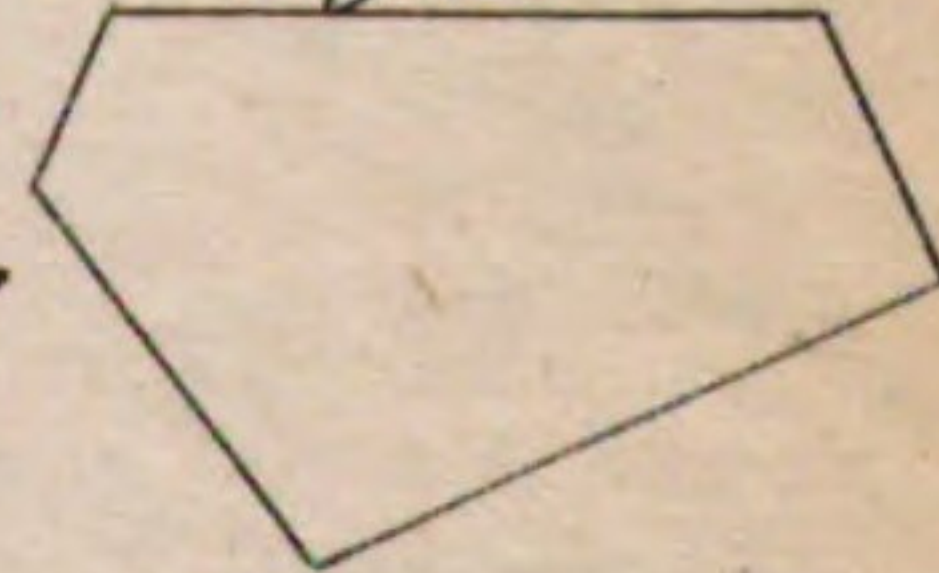


Fig. 40.

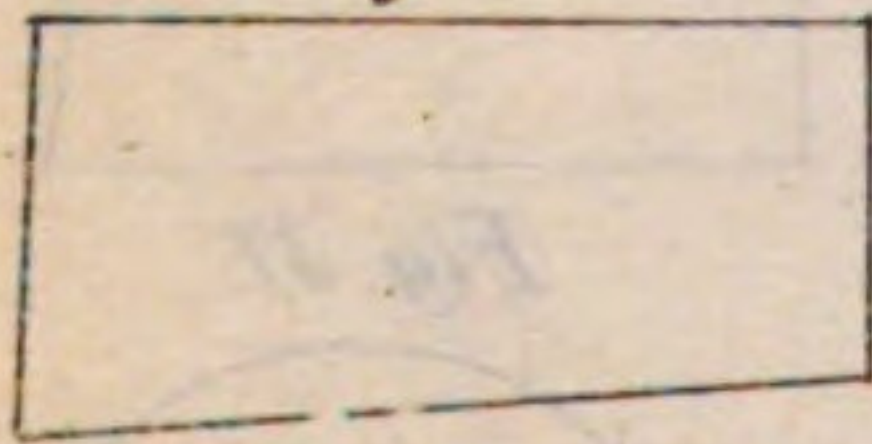


Winkel /: Polygon: / sein jede weitere Fläche, die mehr als 4 Ecken hat im Allgemeinen bezeichnet wird, genannt.

§. 35. Jede Fläche hat genau so viel Winkel oder Ecken wie Seiten.

§. 36. Unter den geometrischen Figuren versteht, - im Verhältniß der Länge der sie begrenzenden Seiten oder Linien, die wir Peripherie oder Umfang nennen - die Kreislinie den größten Flächeninhalt ein.

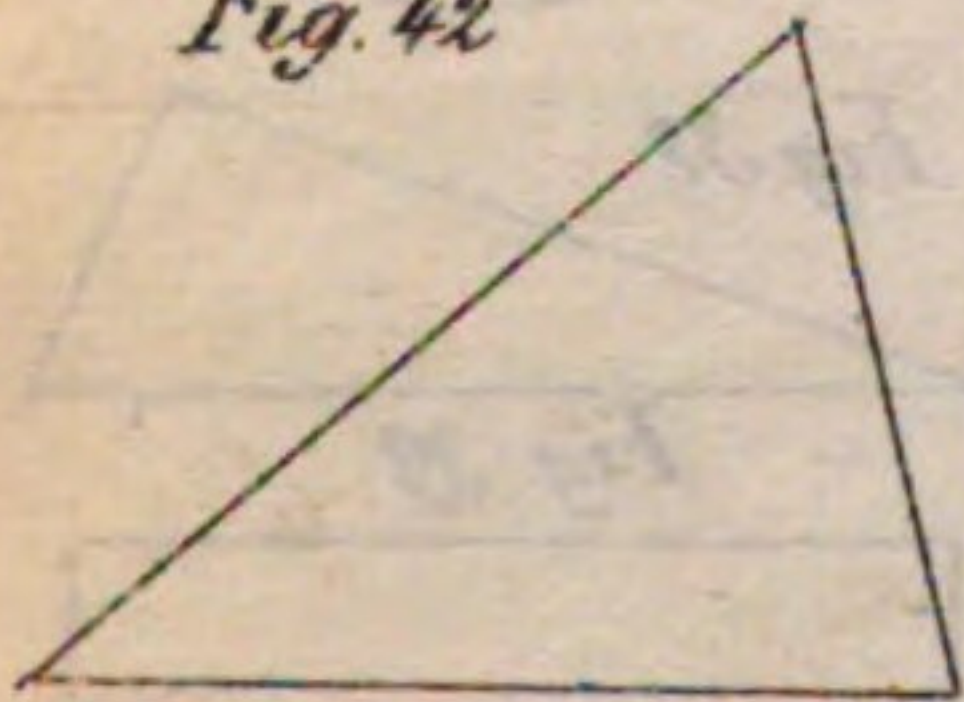
Fig. 41.



§. 37. Die Summe sämtlicher Seiten eines Sta^{ck}es nennt man auch seinen Umfang.

Von den Dreiecken.

Fig. 42



§. 38. Ein Dreieck entsteht, wenn sich drei gerade Linien an ihren Endpunkten vereinigen, oder wenn sich drei Gerade in drei verschiedenen Punkten treffen.

§. 39. Drei Seiten eines Dreiecks sind in Drei^{en}

man immer längere als eine dritte Seite. Jedes
Dreieck hat mindestens zwei spitze Winkel. Ein
Dreieck hat drei Seiten eines Dreiecks nennt man die
Umfang desselben. Die drei Winkel eines jeden Dreiecks
sich betragen zusammen 180° = zwei rechte Winkel.
Jedes Dreieck kann von einem Punkt ausgehend
umgeben werden, daß es das Dreieck an den drei
Eckpunkten berührt.

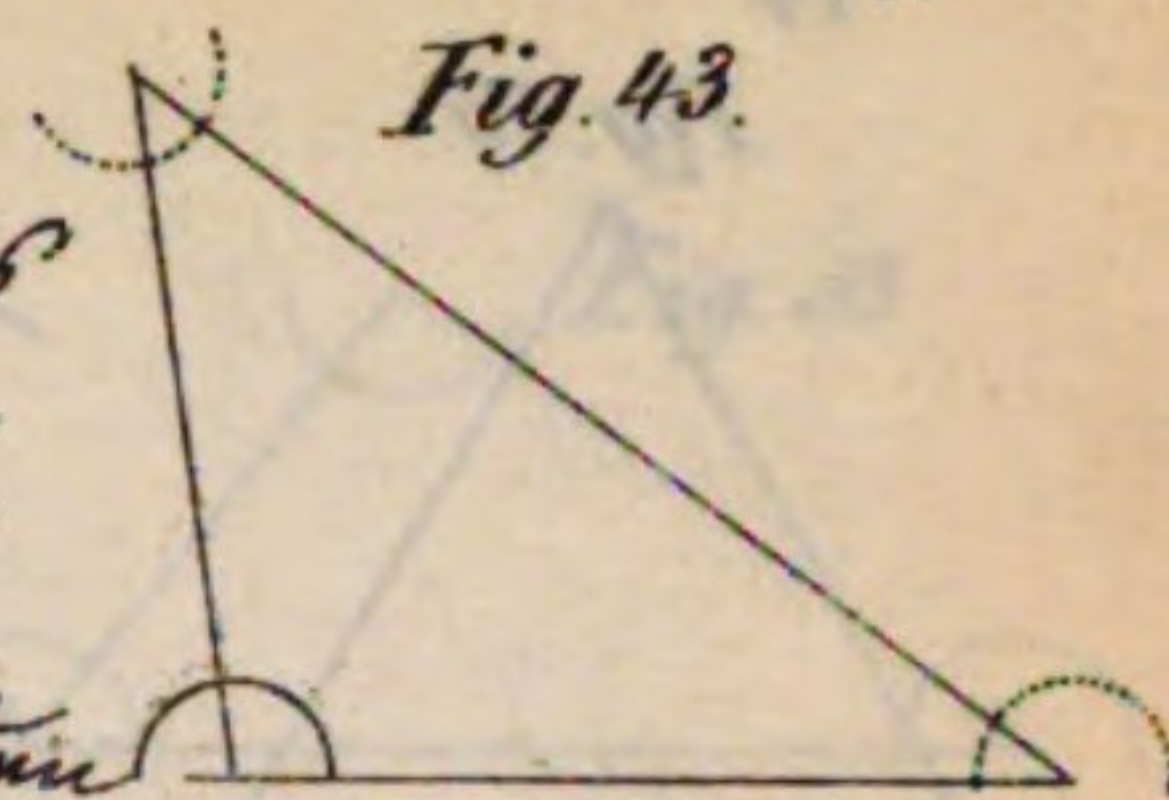
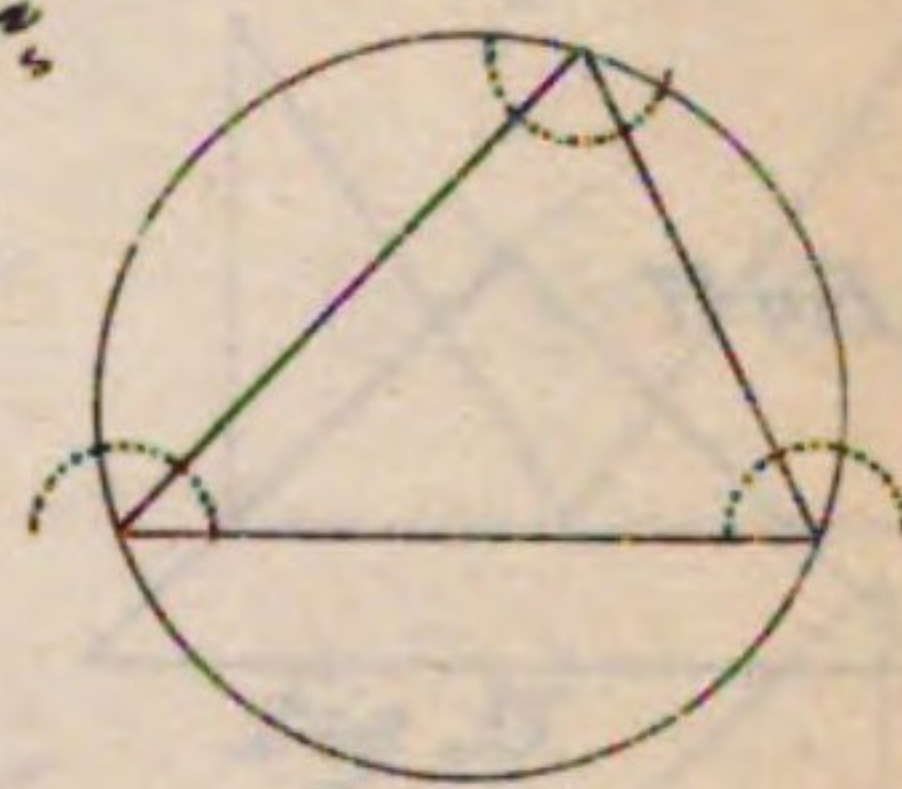
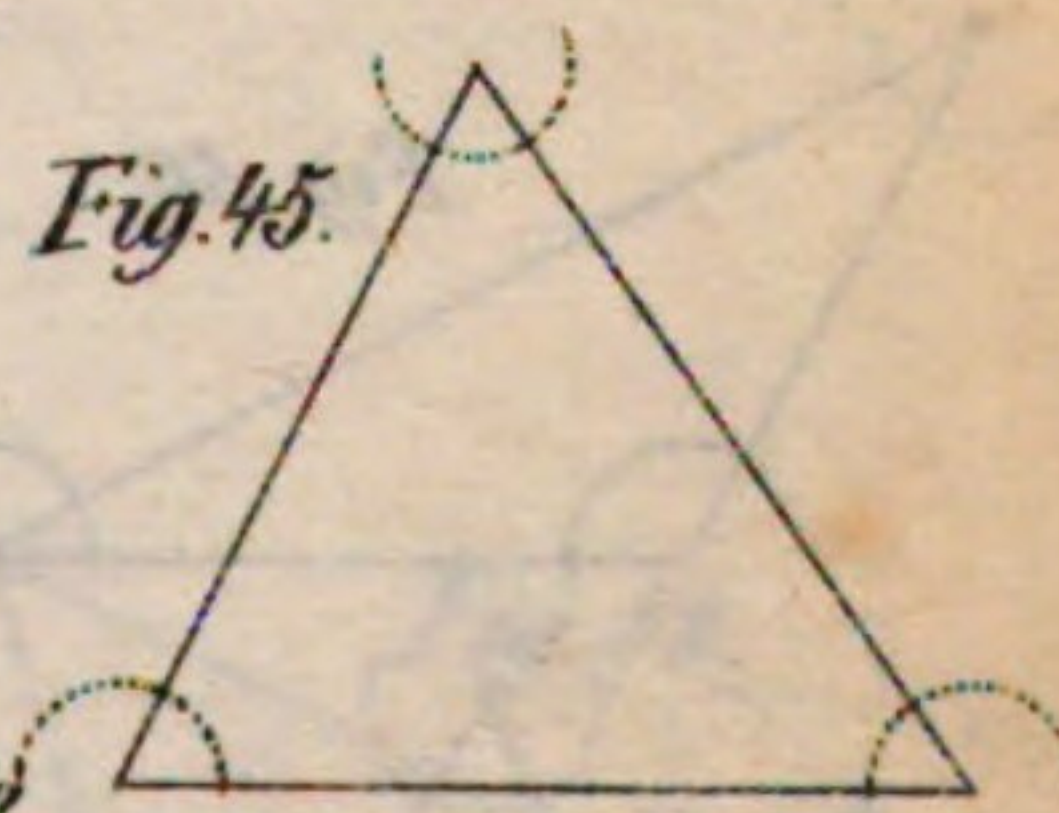


Fig. 44.



§. 40. Haben zwei Dreiecke zwei Winkel gleich,
so haben sie auch den dritten Winkel gleich.

§. 41. Die sämtlichen Dreiecke stellt man sich
in Aufstellung ihrer Seiten und Winkel; d. h. jedes
Dreieck kann man sowohl nach den Seiten als auch
nach den Winkeln einteilen und eine andere Ein-
teilung gibt es nicht.



§. 42. In Aufstellung der Seiten gibt es zwei gleich-
seitige, gleichschenkelige und ungleichseitige; und in
Aufstellung der Winkel gibt es rechteckige, spitz-

Fig. 46.

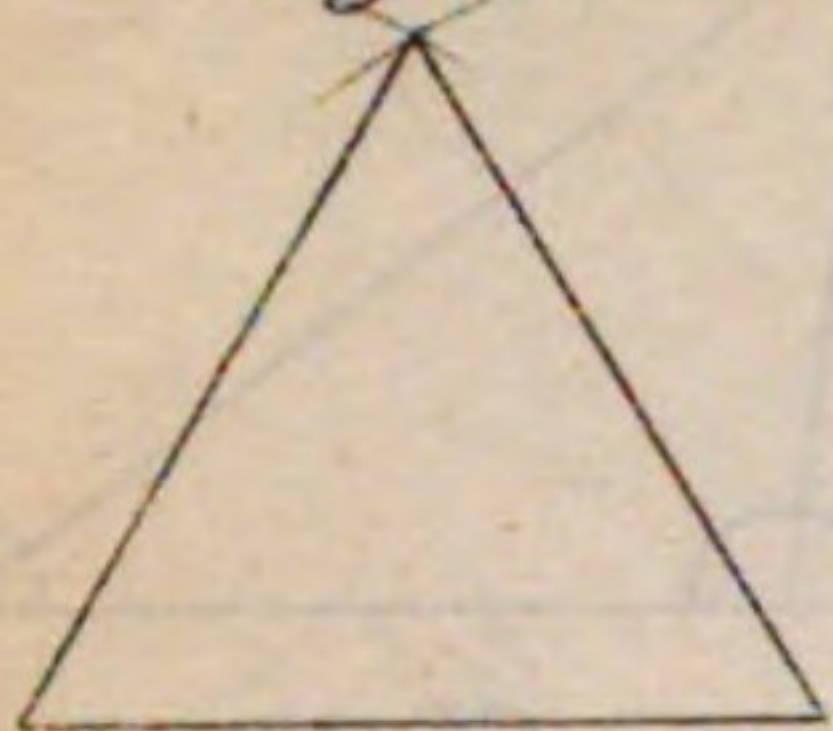


Fig. 47.

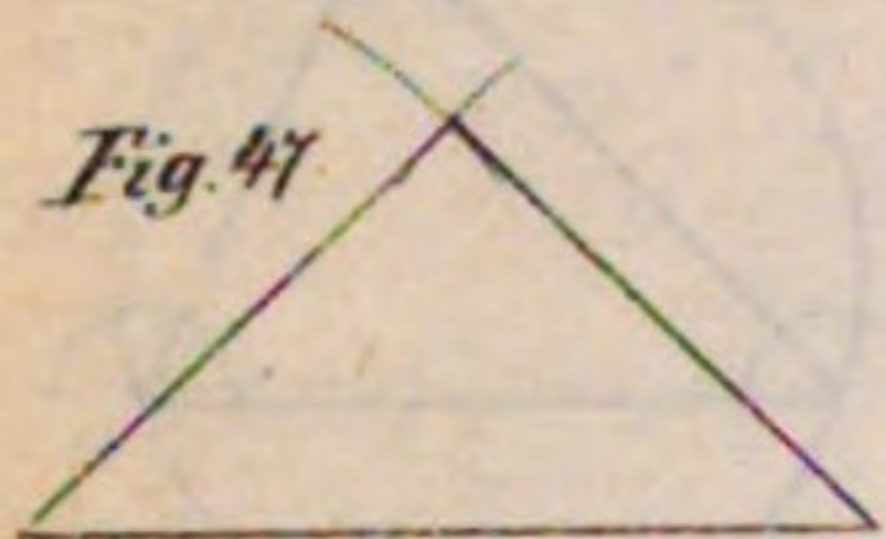


Fig. 48.

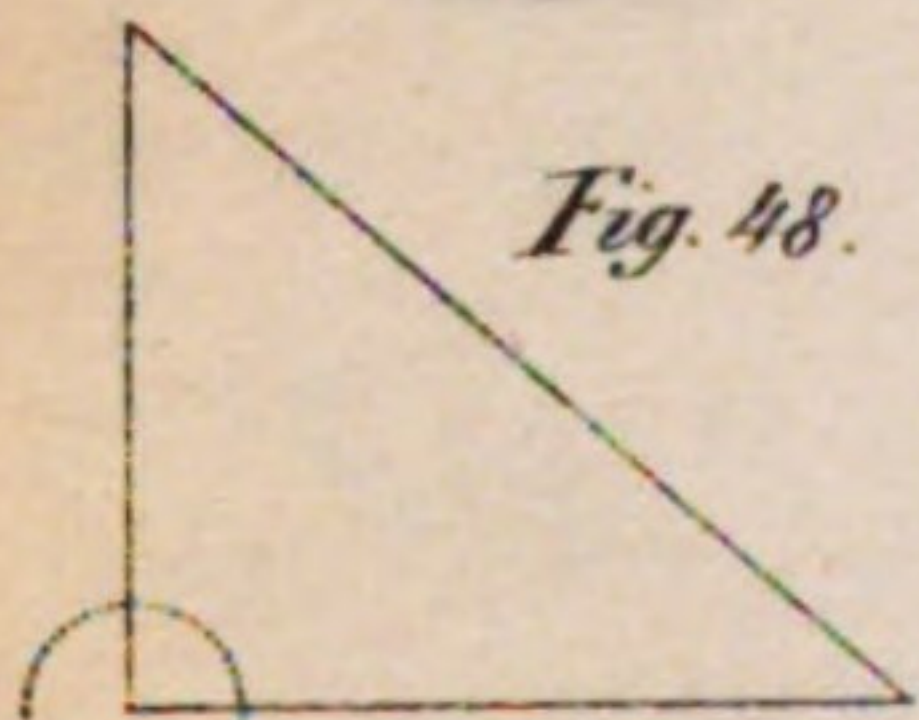


Fig. 49.

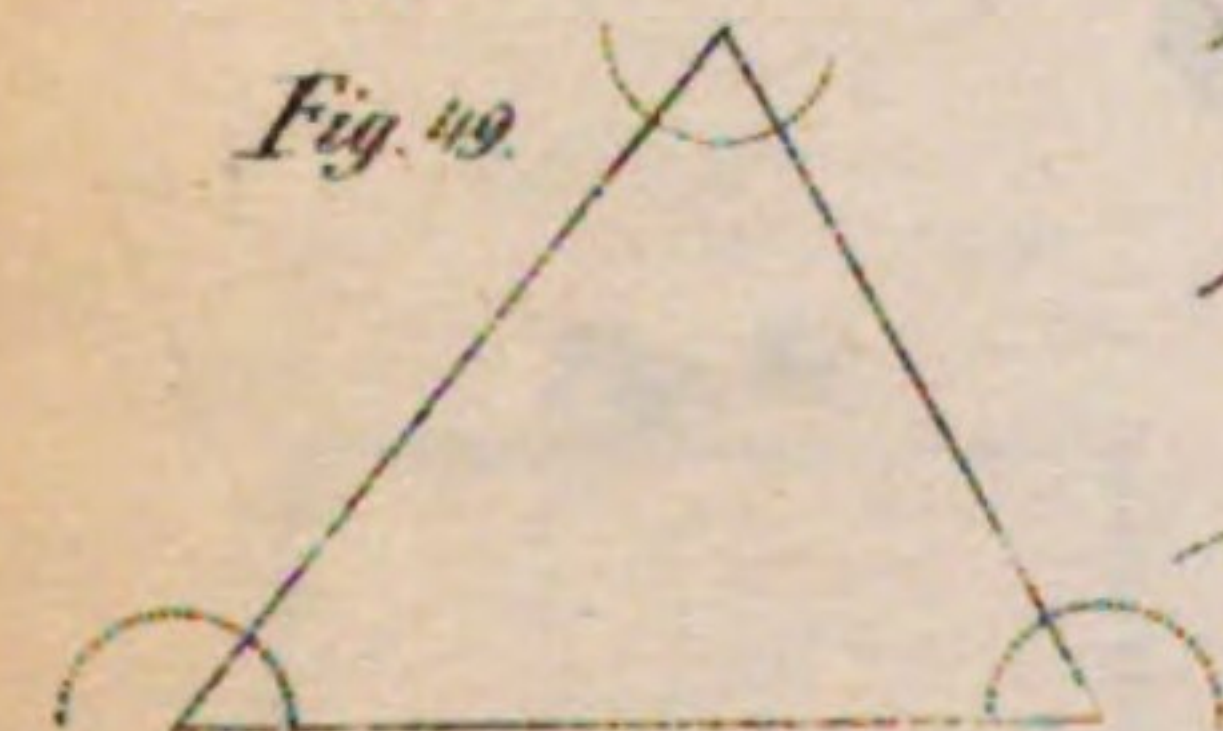


Fig. 50.

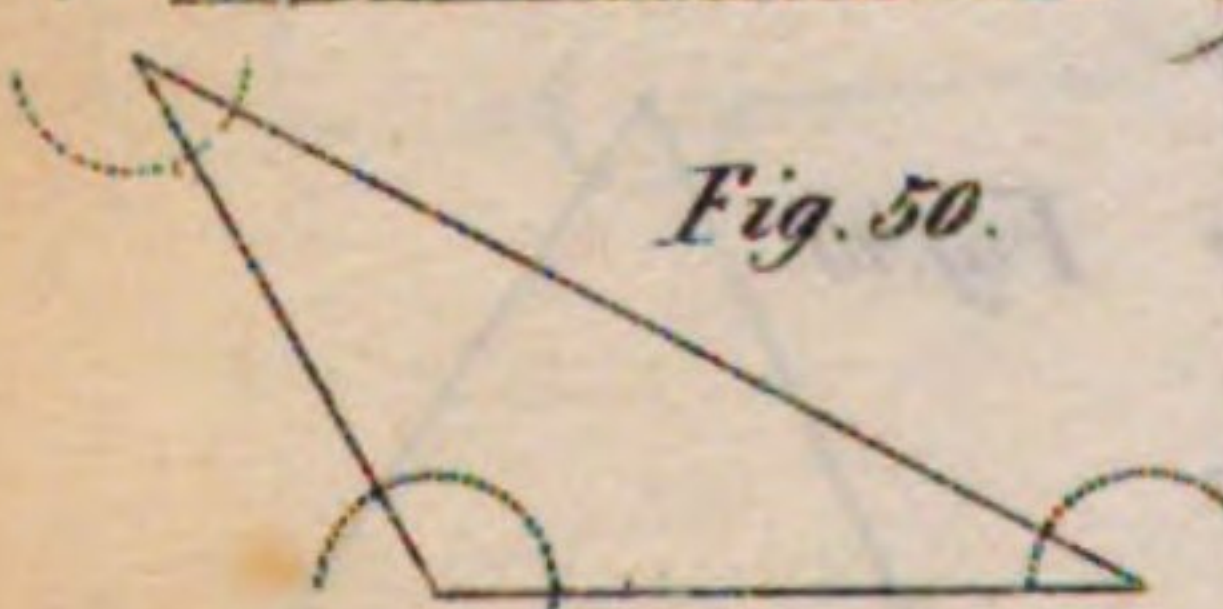


Fig. 51.

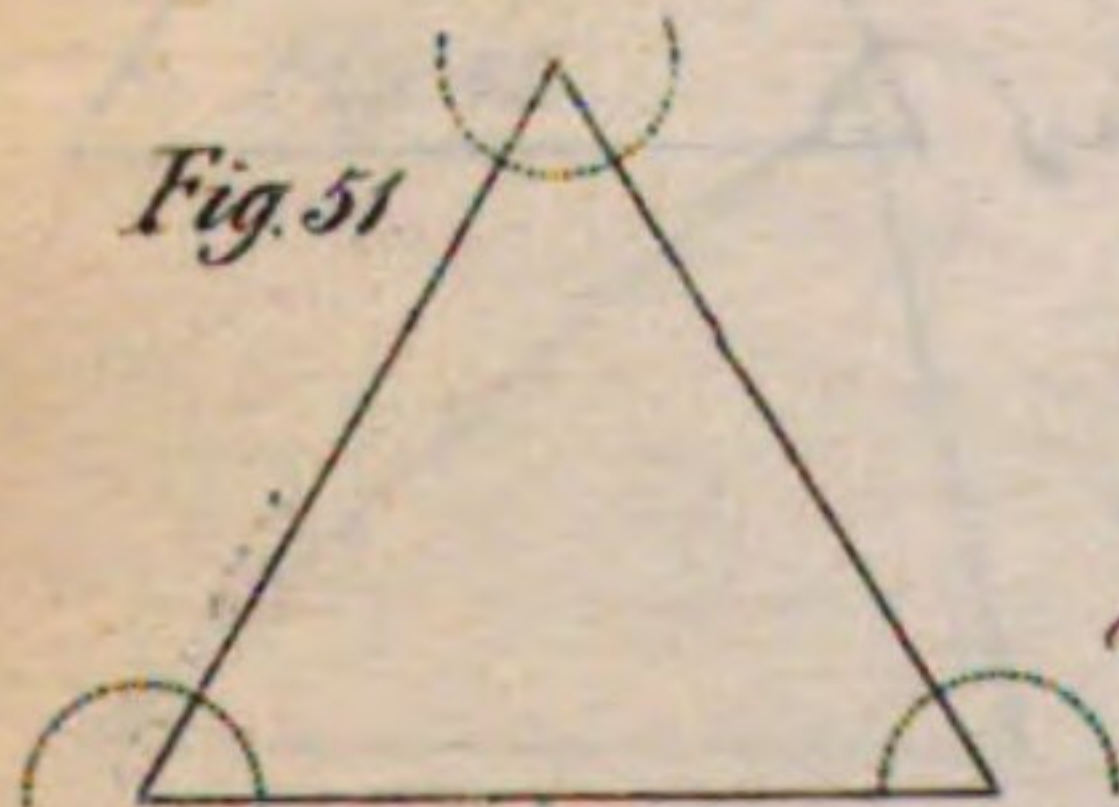
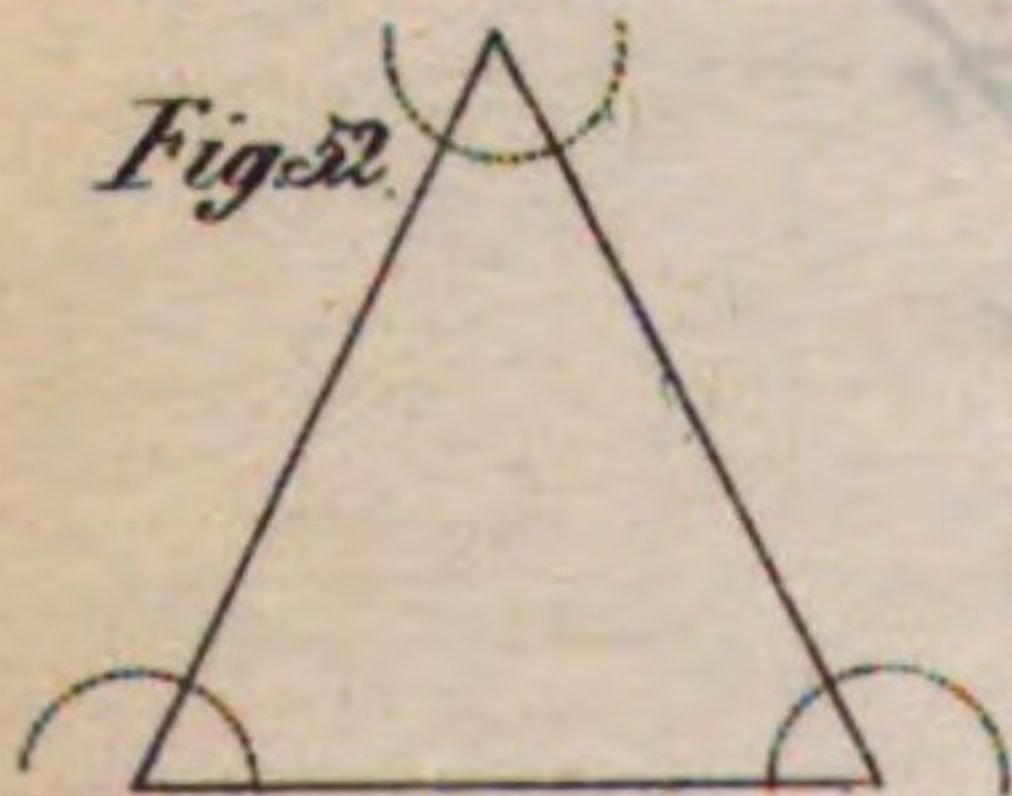


Fig. 52.



winkelige und stumpfwinkelige Dreiecke.

§. 43. Gleichseitig wird ein Dreieck genannt, wenn es drei gleiche Seiten hat; gleichseitig, sobald nur zwei Seiten gleich lang sind, und ungleichseitig, wenn jede Seite eine andere Länge hat, oder gar keine Seite der anderen gleich ist.

§. 44. Rechtwinklig ist ein Dreieck, wenn es einen rechten Winkel hat; die zwei anderen Winkel sind dann spitz. Spitzwinklig ist jenes Dreieck, welches drei spitze Winkel hat. Stumpfwinklig ist ein Dreieck, wenn es einen stumpfen Winkel hat; die beiden anderen müssen dann wieder spitze Winkel sein.

§. 45. Das gleichseitige Dreieck hat drei gleiche Winkel; jeder hat 60° .

Das gleichschenkelige Dreieck hat zwei gleiche Winkel; die Größe derselben ist durch ihre Neigung bedingt, also bei jeder verschiedenen Construction

ausgesprochen.

Das ungleichseitige Dreieck hat nur einen
gleichen Winkel.

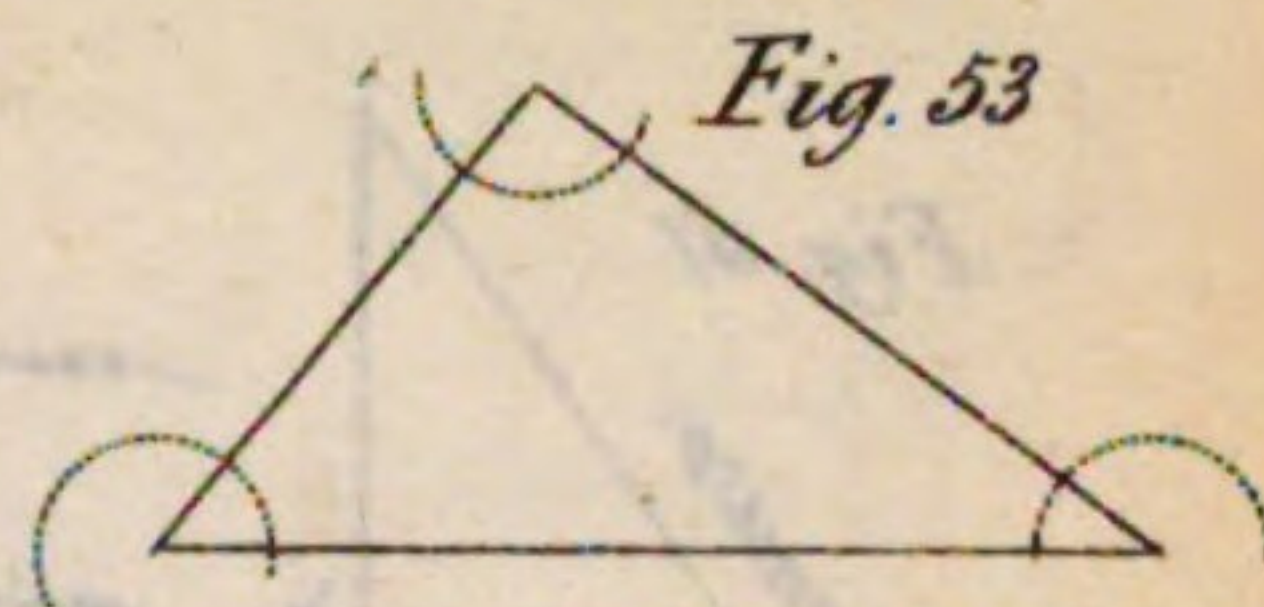


Fig. 54.

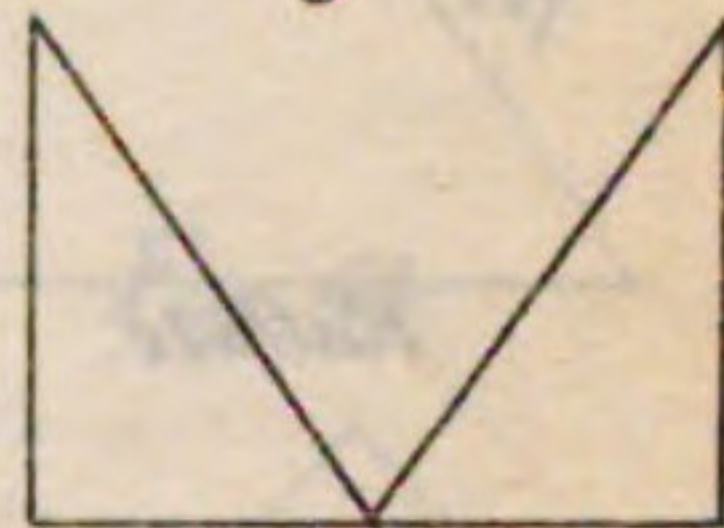


Fig. 55.

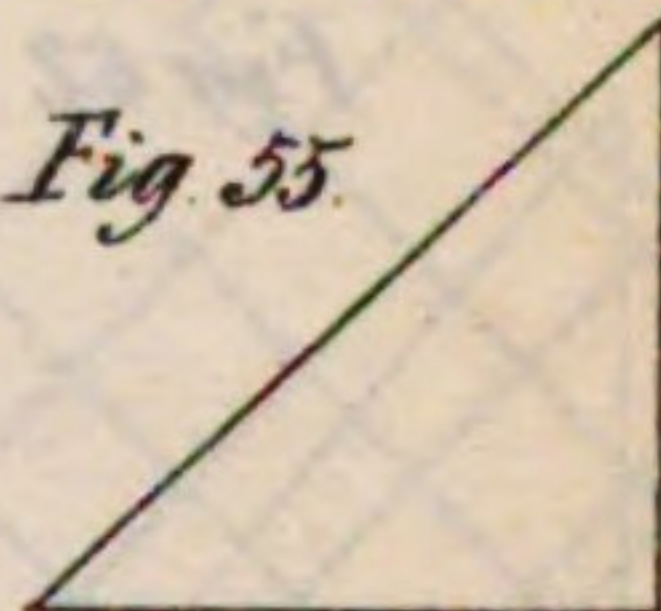


Fig. 56.

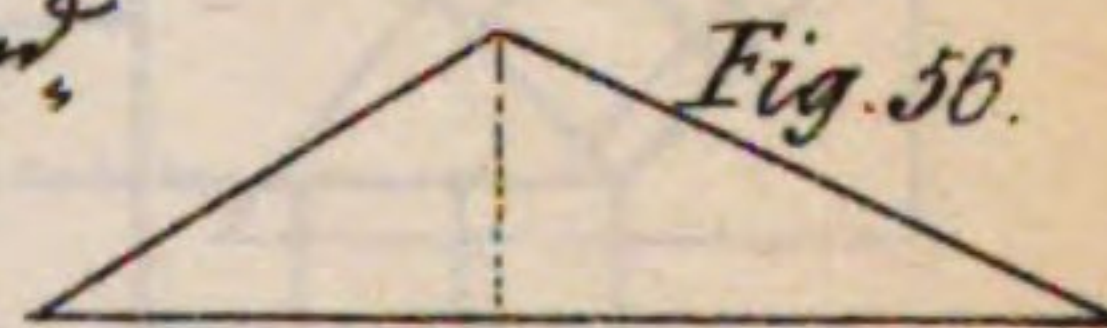


Fig. 57.

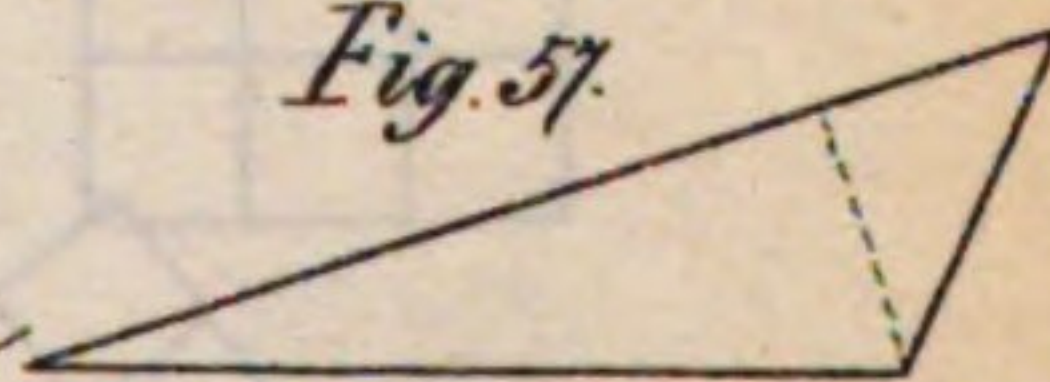


Fig. 58.

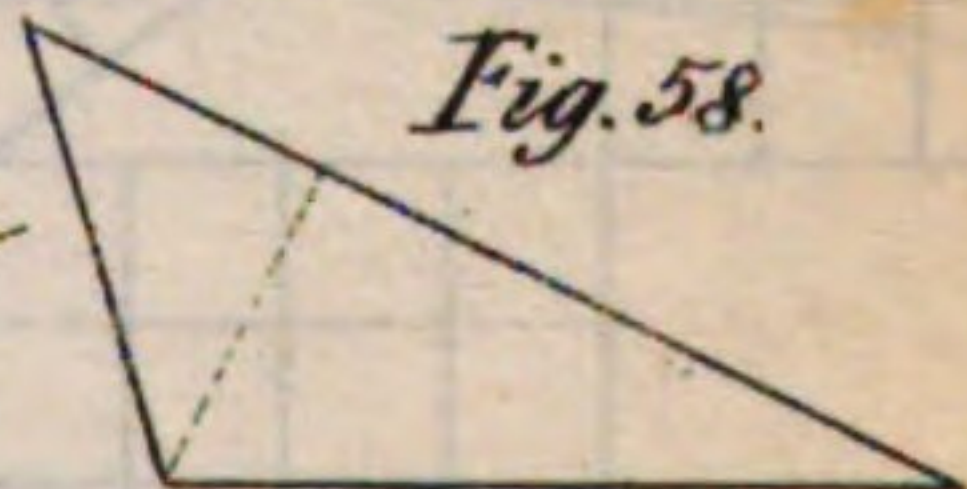


Fig. 59.

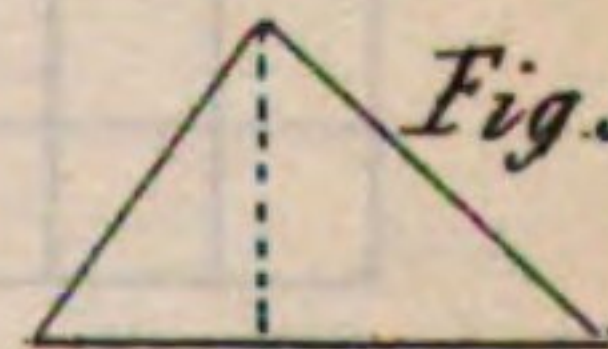
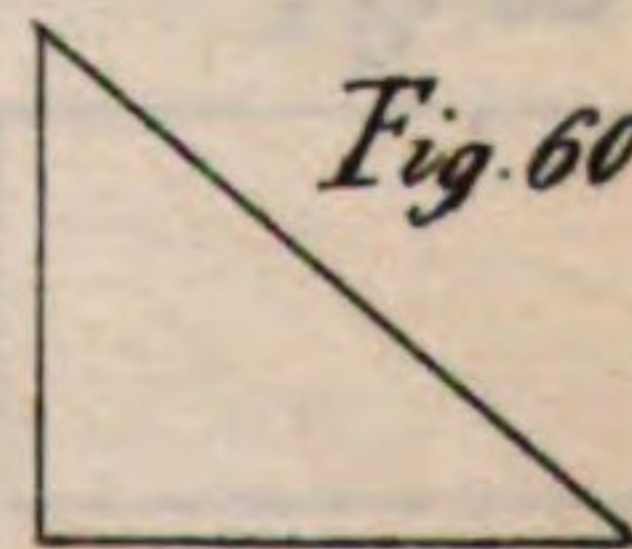
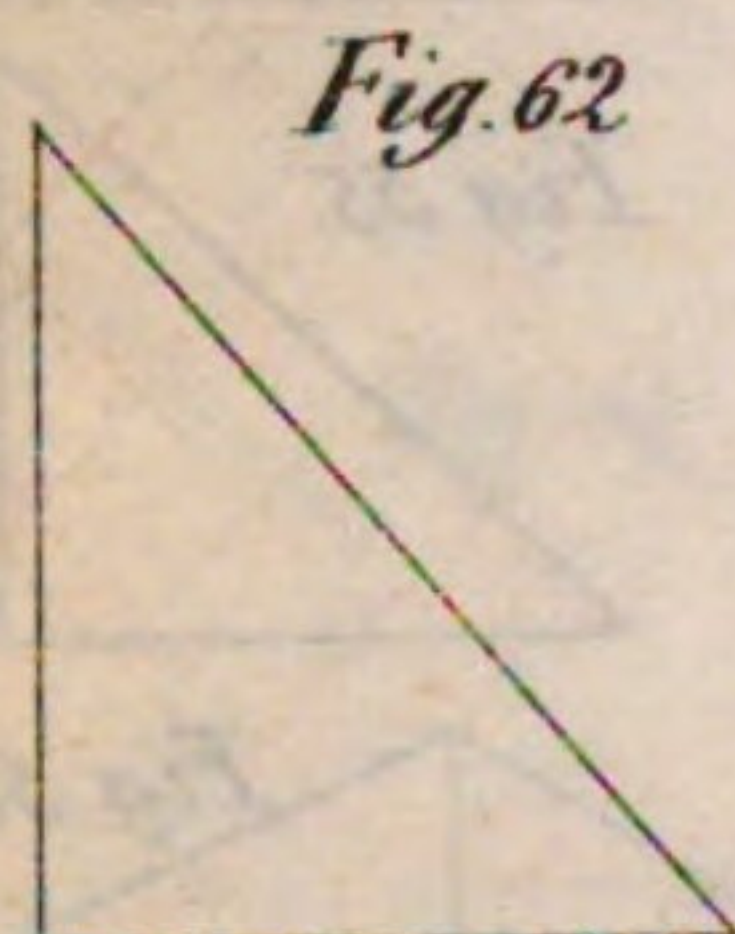
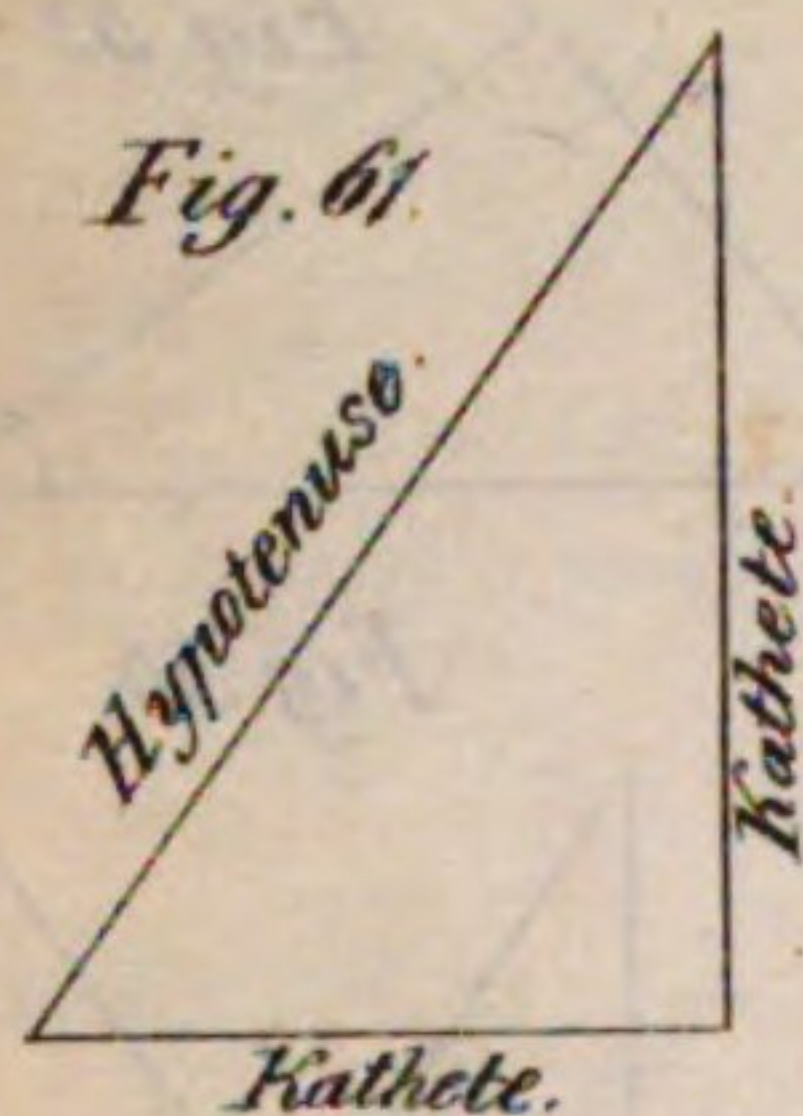


Fig. 60.



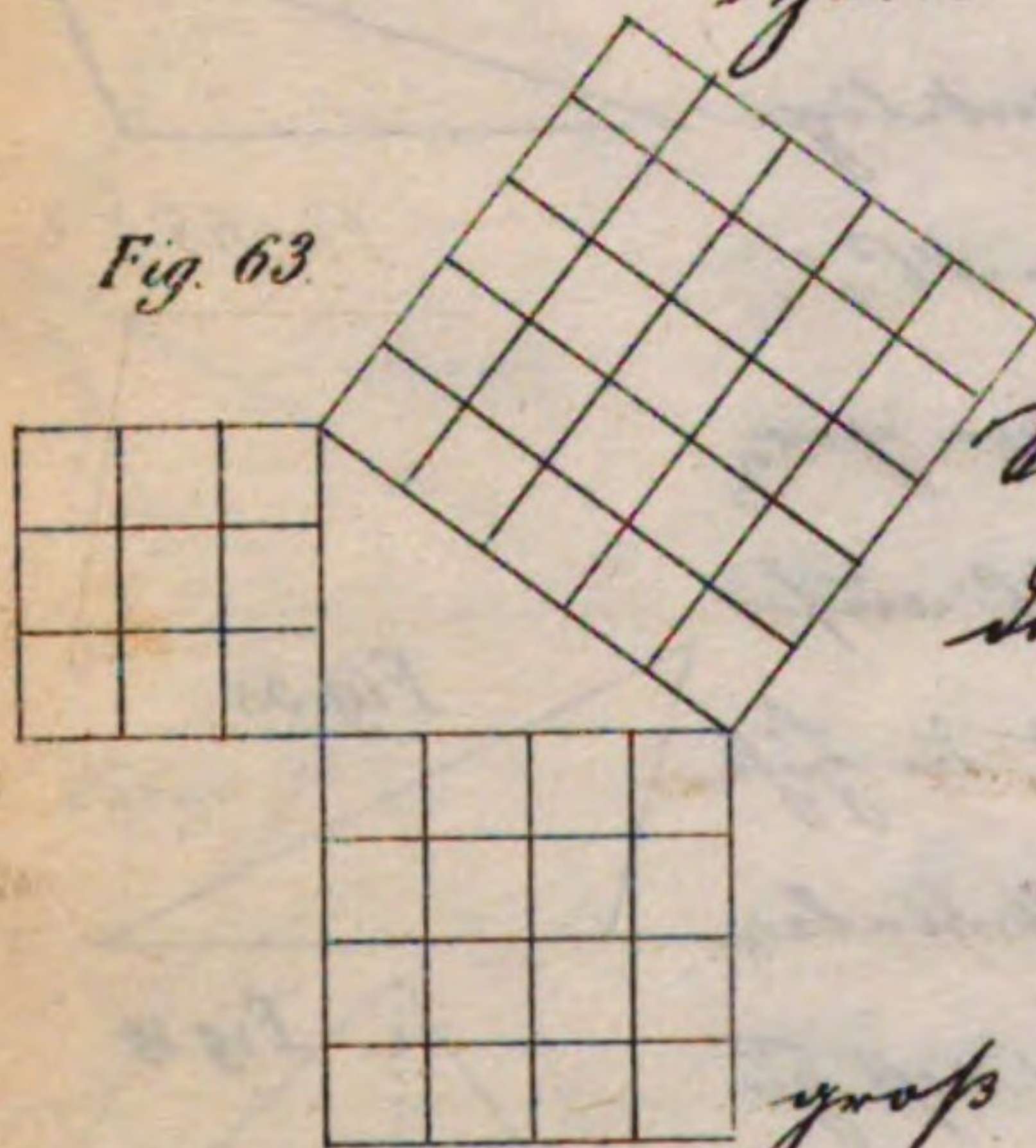
§. 46. Dreiecke sind congruent, wenn sie in
allen ihren Seiten und Winkeln übereinstimmen,
„sich decken“. Dreiecke sind ähnlich, wenn sie gleiche
Geometrie haben - also ohne Rücksicht auf die Ausdehnung
derselben -. Dreiecke sind gleich, wenn sie gleiche Grund-
linie und Höhe, also gleichen Flächeninhalt haben.

In der Regel nennt man die längste Seite die
des Dreiecks seine Grundlinie. Eine senkrechte
Linie zur Grundlinie bis zur Spitze des Dreiecks,
nennt man die Höhe desselben; oder auch eine ge-
gendstehende Linie von der Spitze des Dreiecks auf
die Grundlinie oder deren Verlängerung, wird die Höhe
des Dreiecks genannt. Mit Rücksicht auf rechtwin-
kelige Dreiecke, ist für jedes Dreieck die Höhe wohl zu
konstruieren oder zu berechnen. Dem rechtwinkligen
Dreieck ist seine Höhe durch die Konstruktion ge-
geben.



§. 47. In einem rechtwinkligen Dreieck nennt man die beiden Seiten, welche den rechten Winkel einschließen, Katheten, und jene Seite, welche gegenüber liegt, oder die Katheten mit einander verbindet, Hypotenuse. Die Hypotenuse ist immer die längste Seite.

§. 48. Sind die Längen der beiden Katheten bekannt, so läßt sich die Länge der Hypotenuse - auf Grund des Pythagoräischen Lehrsatzes - leicht herausfinden, wenn man die Quadrate der beiden Katheten addirt und aus der Summe die Quadratwurzel zieht.



§. 49. Der pythagoräische Lehrsatz lautet: Die Summe der Quadrate der beiden Katheten ist gleich dem Quadrat der Hypotenuse.

§. 50. Das Quadrat einer Kathete ist also so groß als das Quadrat der Hypotenuse minus dem Quadrat der anderen Kathete, also kann auf wieder die Länge einer Kathete gefunden werden können, wenn das Quadrat der bekannten Kathete vom Qua-

Wird der Hypotenuse subtrahiert und aus der
Differenz die $\sqrt{\text{ }}$ gezogen wird.

§. 51. Sind dreien die beiden Katheten gleich
lang, also auch die Quadrate derselben gleich, so
ist das Quadrat der Hypotenuse durch 2 zu drei,
denn und aus dem Quotienten die Quadrat-
wurzel zu ziehen, wenn die Länge der
Katheten durch Rechnung gefunden wird,
das soll.

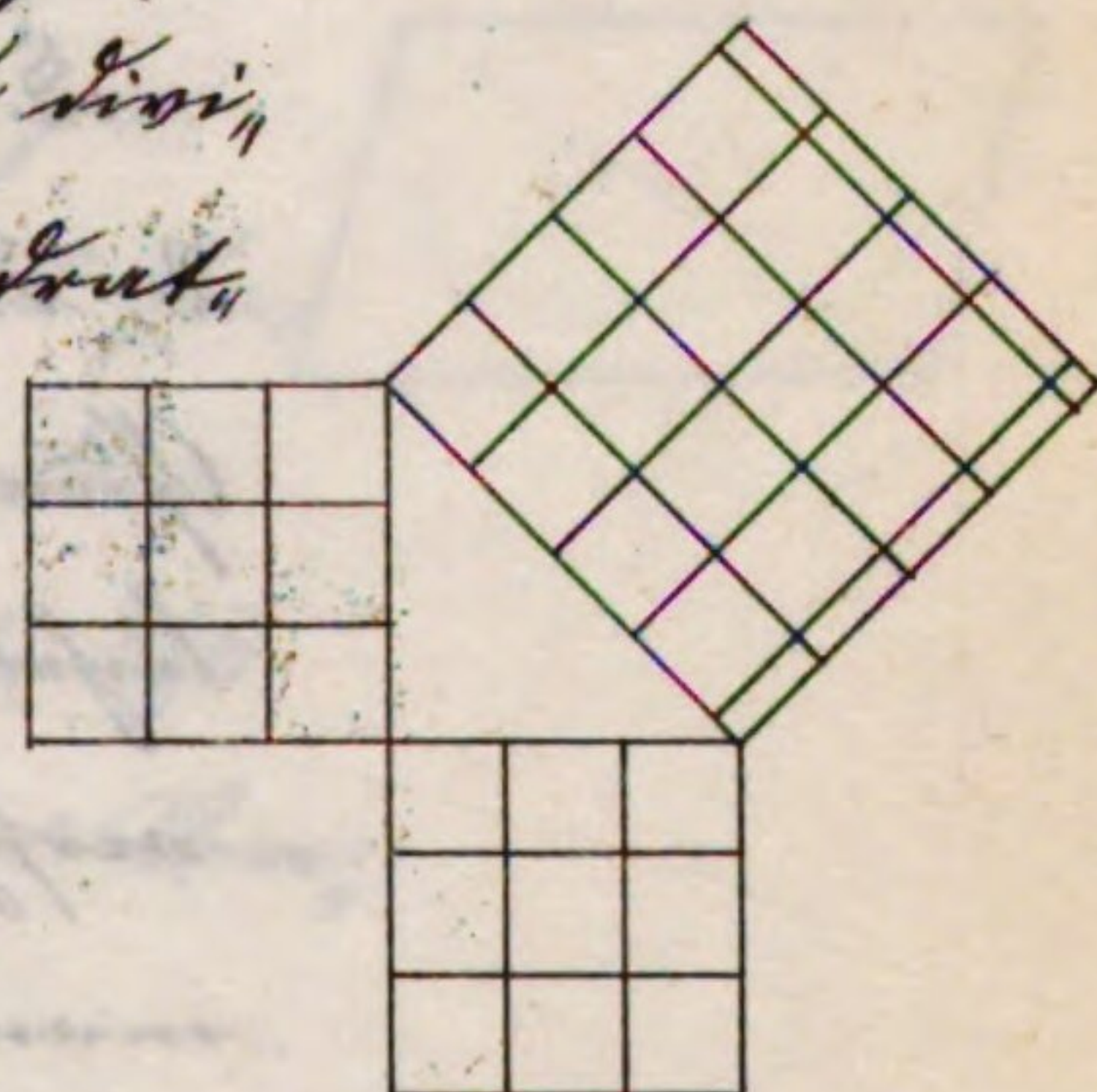


Fig. 64.

Von den Vierecken.

§. 52. Ein Viereck entsteht, wenn sich 4 gerade
in Linien an allen ihren Endpunkten vereinigen,
oder auch wenn sich 4 Gerade in 4 Punkten treffen.



Fig. 65.

§. 53. Die sämtlichen Vierecke theilt man
ein in Parallelogramme und Trapeze.

§. 54. Zu den Parallelogrammen gehören alle
jene Vierecke, in welchen je zwei Seiten parallel laufen.

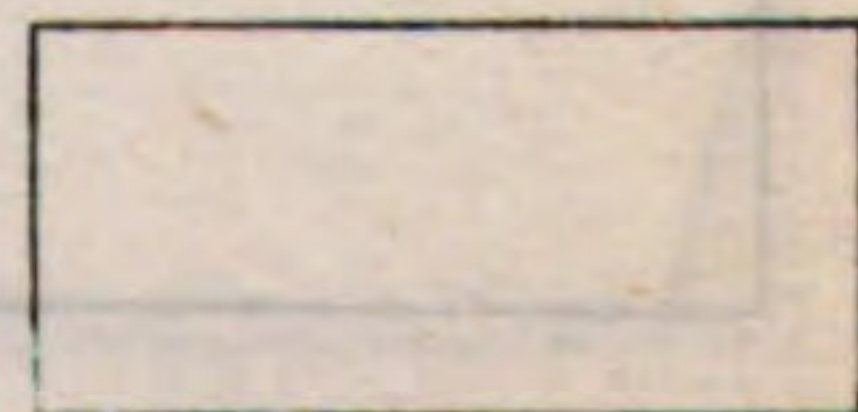


Fig. 66.

Fig 67.

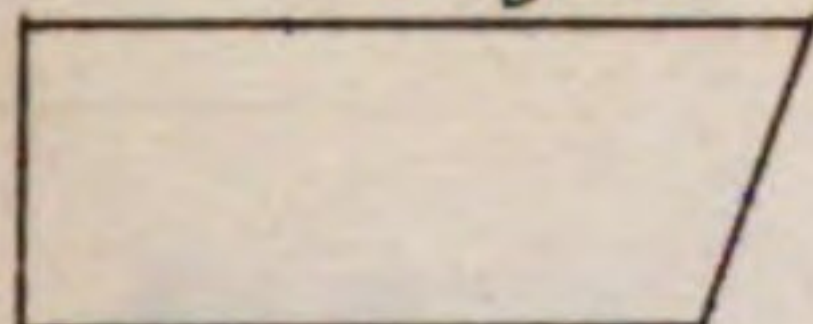
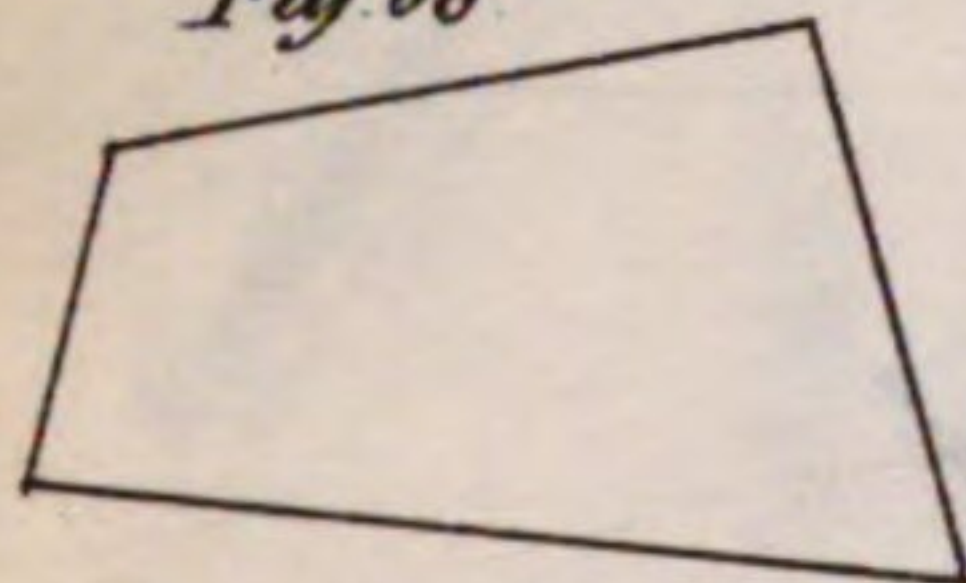


Fig 68



§. 55. In den Trapezen gezeigten jenen Vierecke,
in welchen nur zwei Seiten oder gar keine Sei-
ten parallel laufen. Letztere werden Trapezo-
ide genannt.

§. 56. Parallelogramme sind: 1, das Quadrat,
2, die Rechte oder Rhombus, und verschobenes
Quadrat genannt; 3, das Rechteck oder läng-
liches Rechteck und 4, das Rhomboid oder das
verschobene Rechteck. Genannte Vierecke nennt
man auch die regelmäßigen Vierecke.

Fig. 69

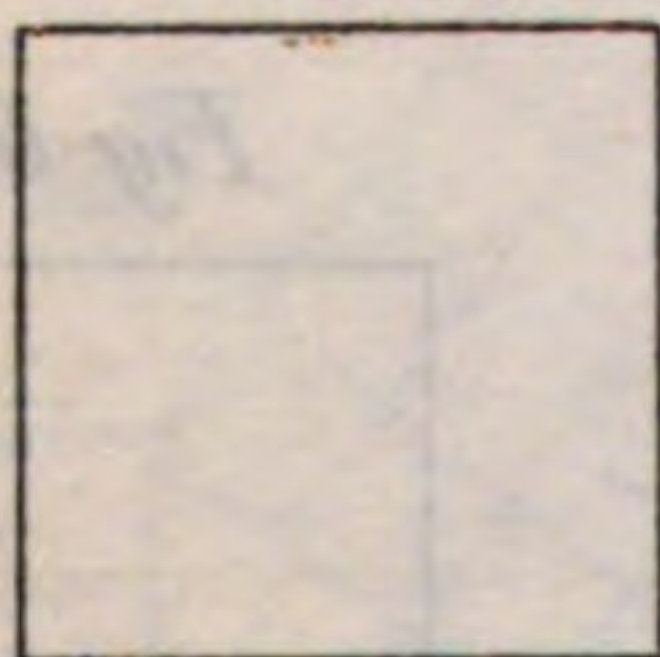


Fig. 70

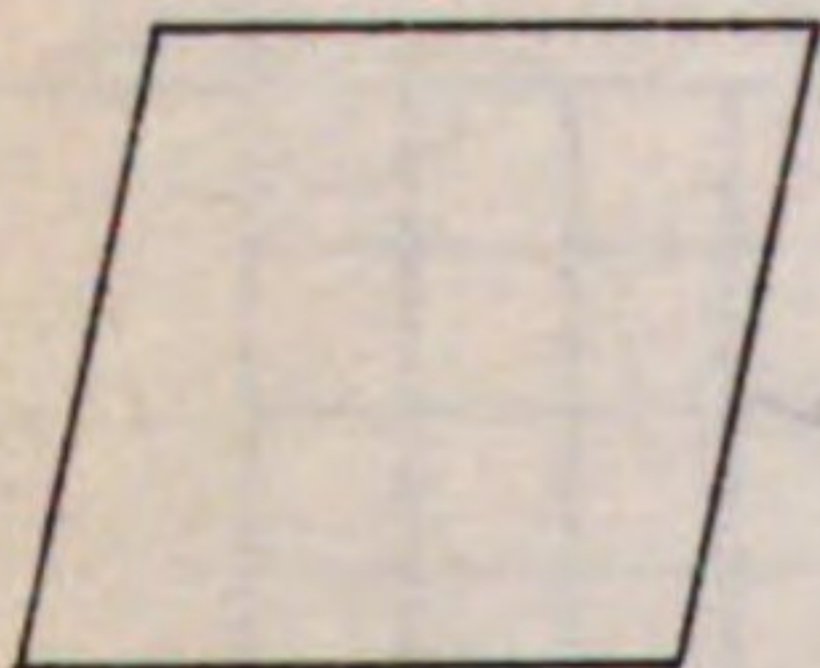
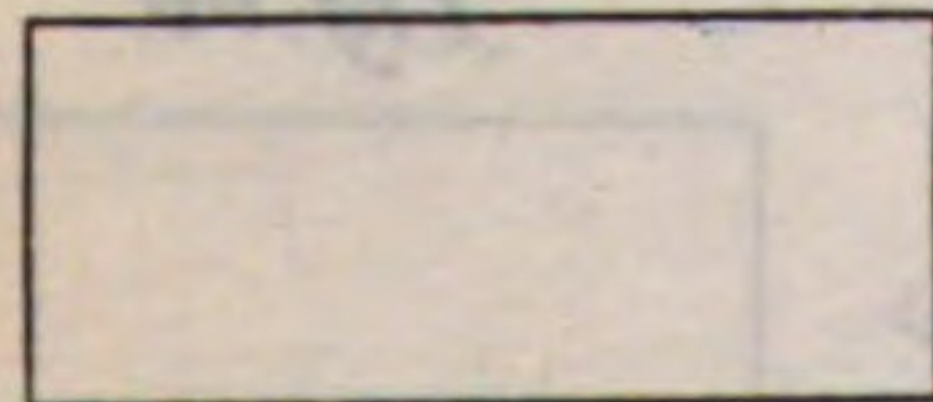


Fig. 71.



§. 57. Das Quadrat hat vier rechte Winkel
und vier gleiche Seiten.

§. 58. Die Rechte hat je zwei gleiche
Winkel und vier gleiche Seiten.

§. 59. Das Rechteck hat vier rechte Winkel
und je zwei gleiche Seiten.

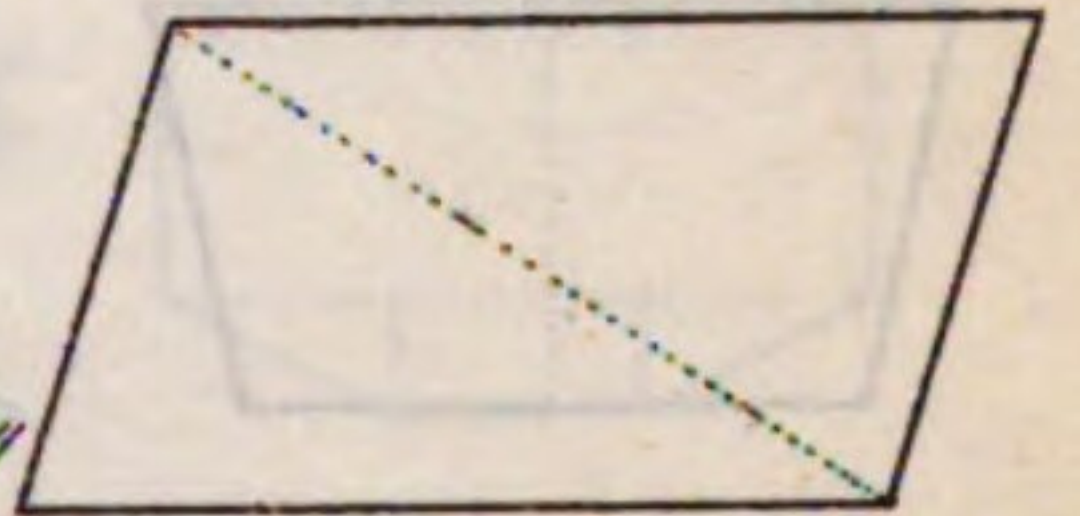
§. 60. Das Rhomboid ist in zwei gleiche Winkel und Seiten.

Fig. 72.



§. 61. Eine gerade Linie, welche zwei gegenüberstehende Winkel in einem Parallelogramm mit einander verbindet, wird Diagonale genannt. Durch die Diagonale wird jedes Parallelogramm in zwei gleiche Teile zerlegt, welche Dreiecke sind; daraus folgt auch, daß die Summen gegenüberstehender Winkel eines Vierecks eine rechte Winkel beträgt.

Fig. 73.



§. 62. Die Höhe eines Parallelogramms ist der Perpendikel, oder eine rechtwinklige Linie, welche von der einen geraden Seite zur anderen mit ihr, geraden, Seite gefällt wird; es ist die Höhe immer der kürzeste Abstand dieser geraden Seiten. Im Quadrat und Rechteck geben die gegenüberstehenden Seiten dieselbe Höhe an, im Rhombus und Rhomboid müssen die Höhen jedes oft konstruiert werden.

Fig. 74.

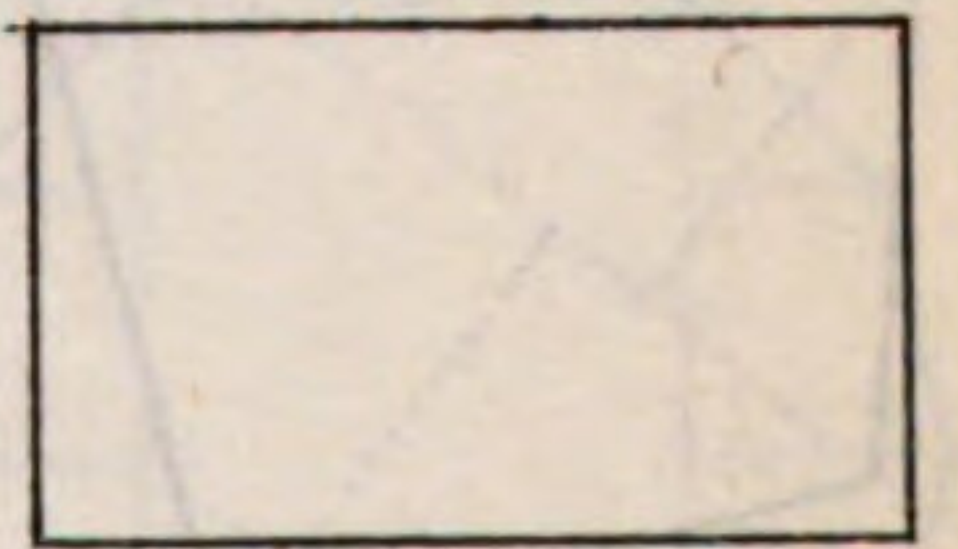


Fig. 75.

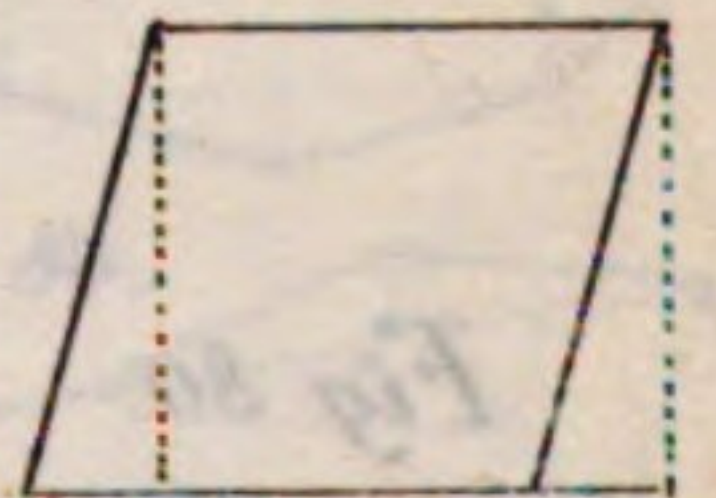


Fig. 76.

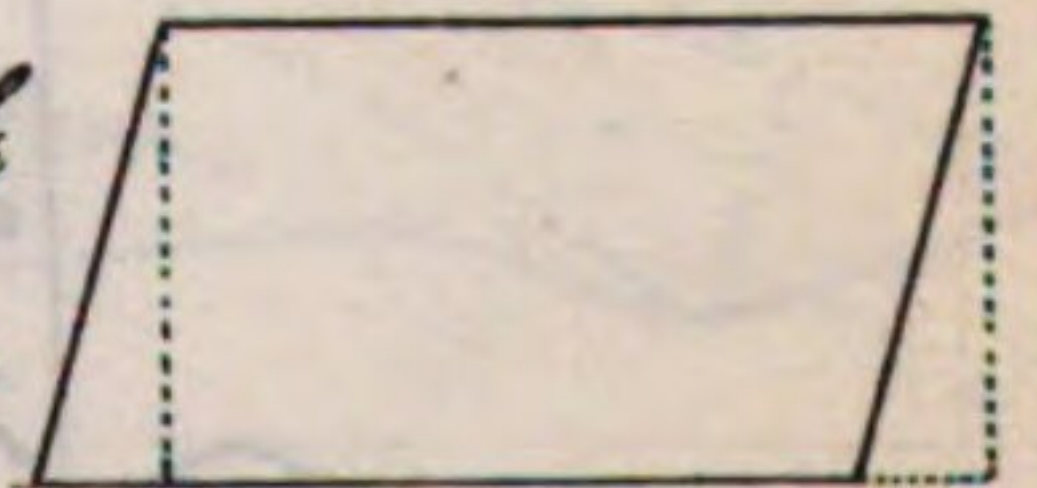


Fig. 77.

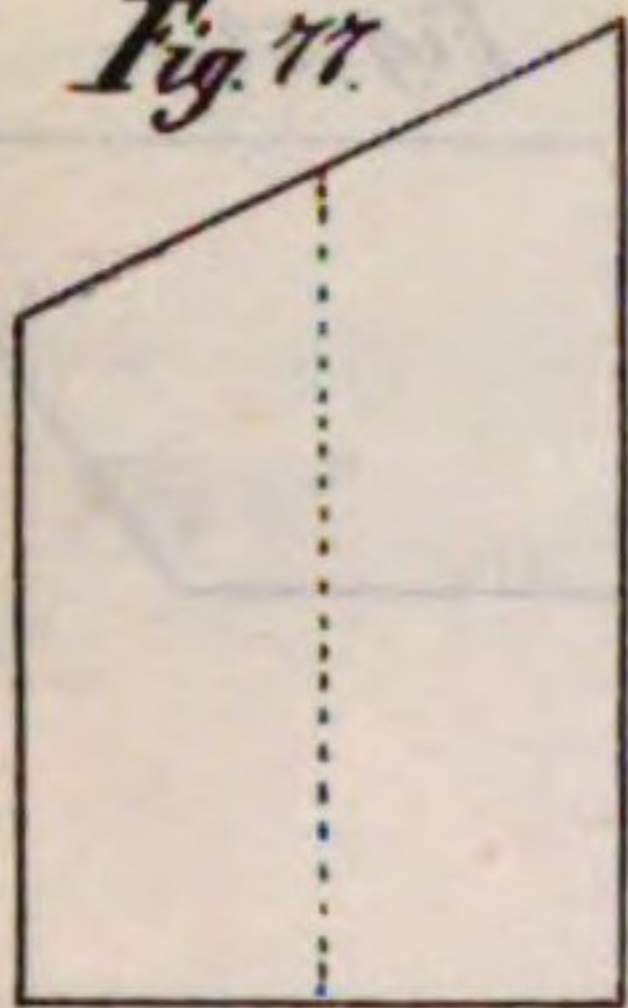
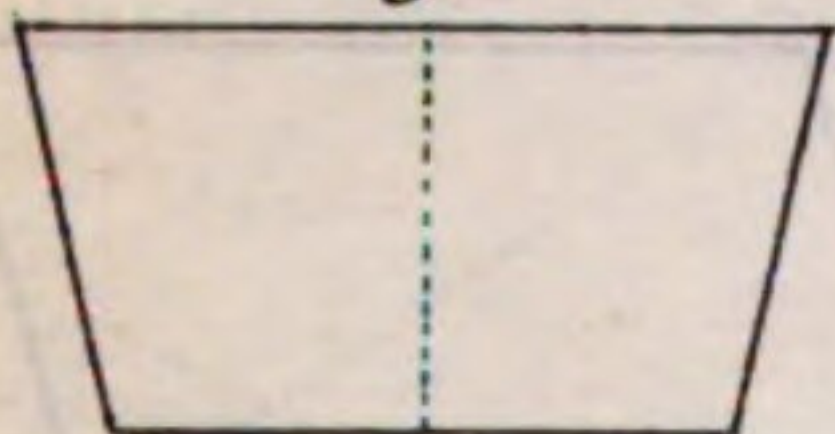


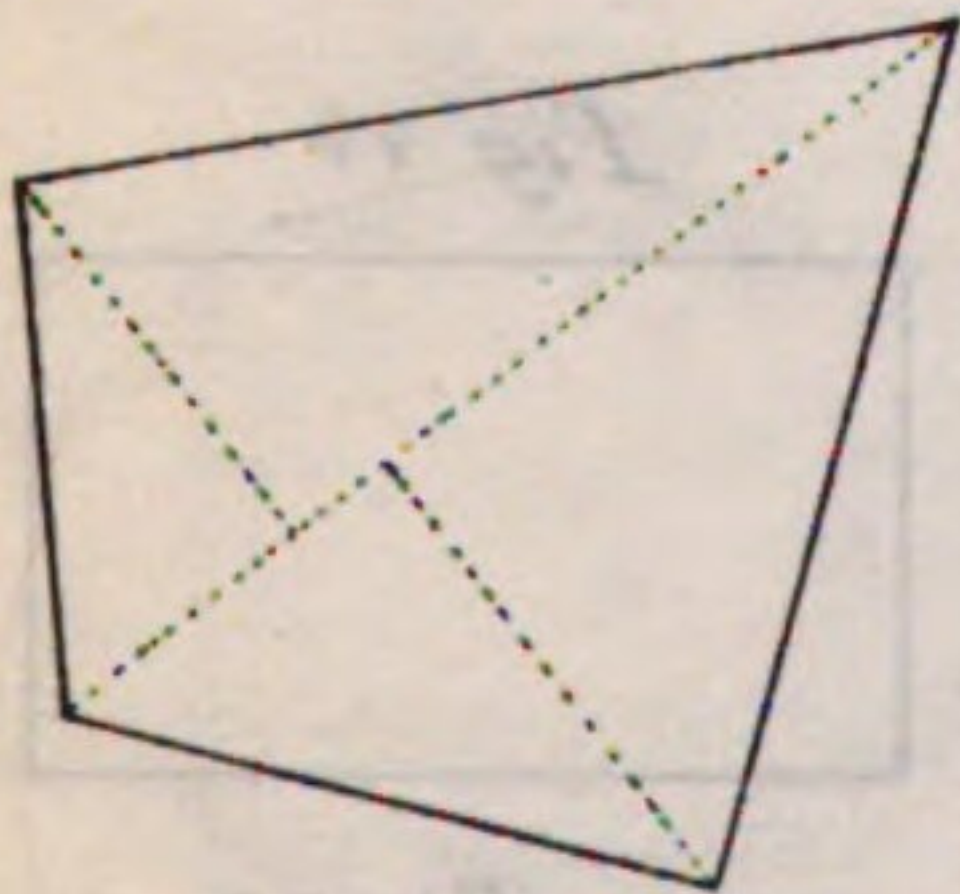
Fig. 78.



§. 63. Das Trapez ist ein Viereck, welches zwei parallele Seiten und Winkel gleich oder sich ergänzende Winkel hat.

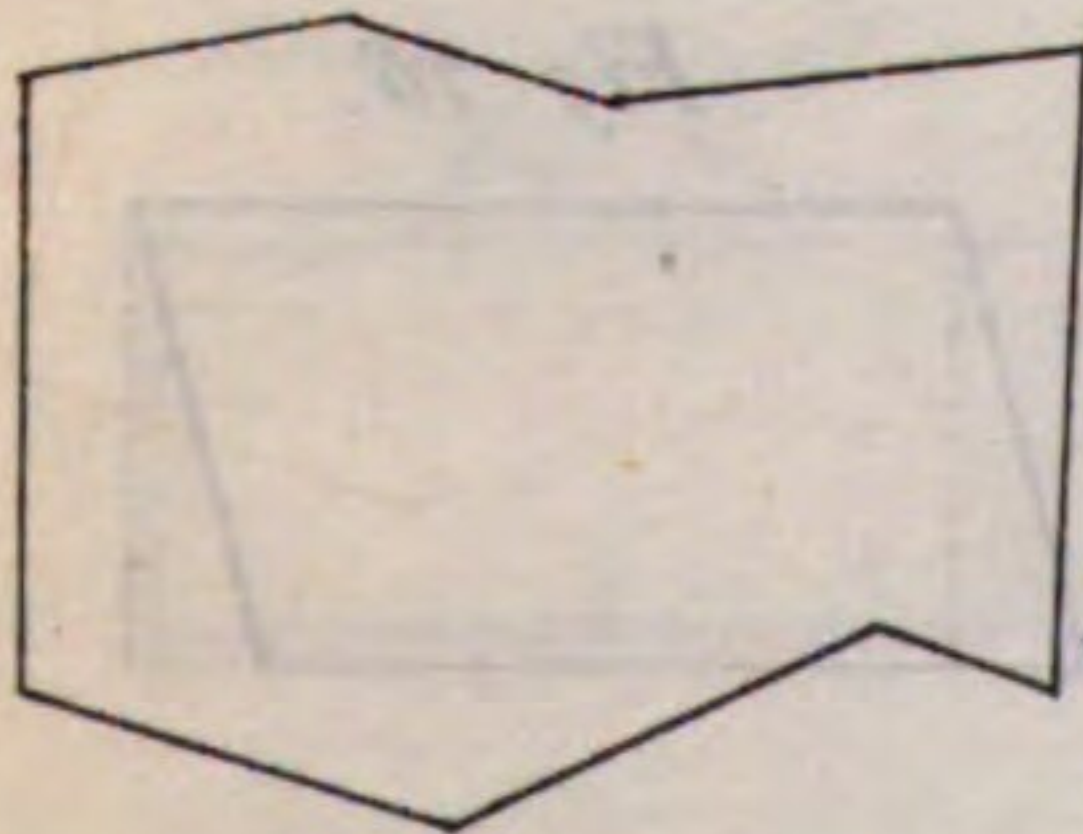
§. 64. Die Höhe des Trapezes ist der senkrechte Abstand der beiden parallelen Seiten. Man erhält sie auf die Höhe desselben aus der Höhe, die von der beiden parallelen Seiten senkrecht durch 2, als Durchschnittslinie Höhe, genommen.

Fig. 79.



§. 65. Das Trapezoid ist ein Viereck dessen Seiten und Winkel sich ergänzen. Die Höhe desselben ist die Durchschnittslinie Höhe der beiden Seiten, welche durch die Verlängerung des Trapezes gebildet werden.

Fig. 80.



Von den Vielecken.

§. 66. Winkel einer Polygone sind jene Winkel, die von einer Seite als einer Seite begrenzt sind. Nach der Anzahl der Seiten unterscheidet man: Fünfecke, Sechsecke, Siebenecke, Achteck,

Seite n. f. w.

§. 67. Ein Viereck oder Polygon zerfällt
 in minder in reguläre / unregelmäßige / und
 irreguläre / unregelmäßige / Vierecke.

§. 68. Reguläre Vierecke sind jene, in wel-
 chen alle Seiten und Winkel gleich sind. Fern-
 gereguläre sind solche Vierecke, in welchen nicht
 alle Winkel und Seiten gleich sind.

§. 69. Ein reguläres Viereck zerlegt man
 in das Rechte in Parallelogramme und Trapeze,
 oder in Parallelogramme Trapeze und Vierecke.
 Ein irreguläres in letztere Vierecke.

§. 70. Ein Zerlegungslinien nennt man
 um besten Grundlinien; die Lücken der ge-
 legenen sind jene der gebildeten Flächen
 und zwar das Parallelogramm, Trapez
 und Viereck.

Fig. 81

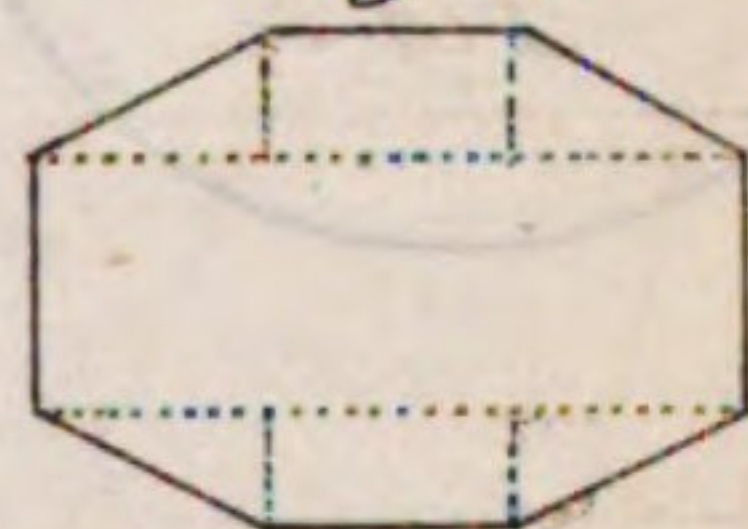


Fig. 82.

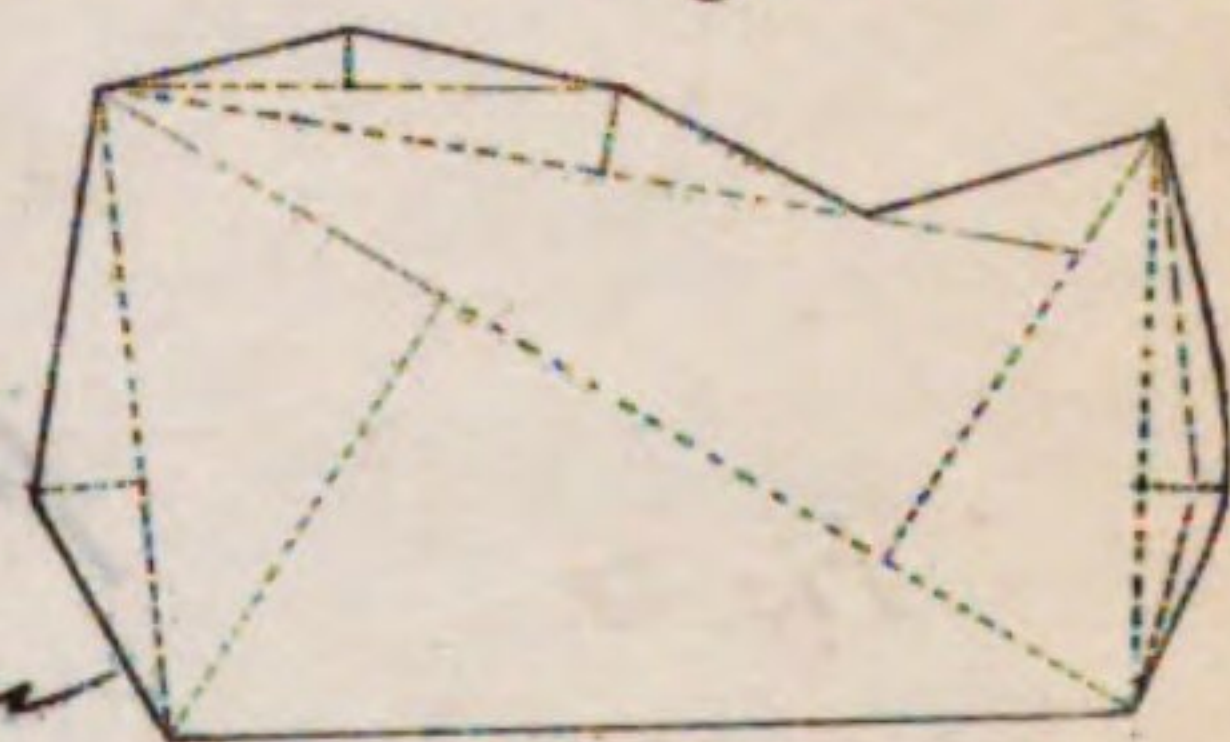


Fig. 83

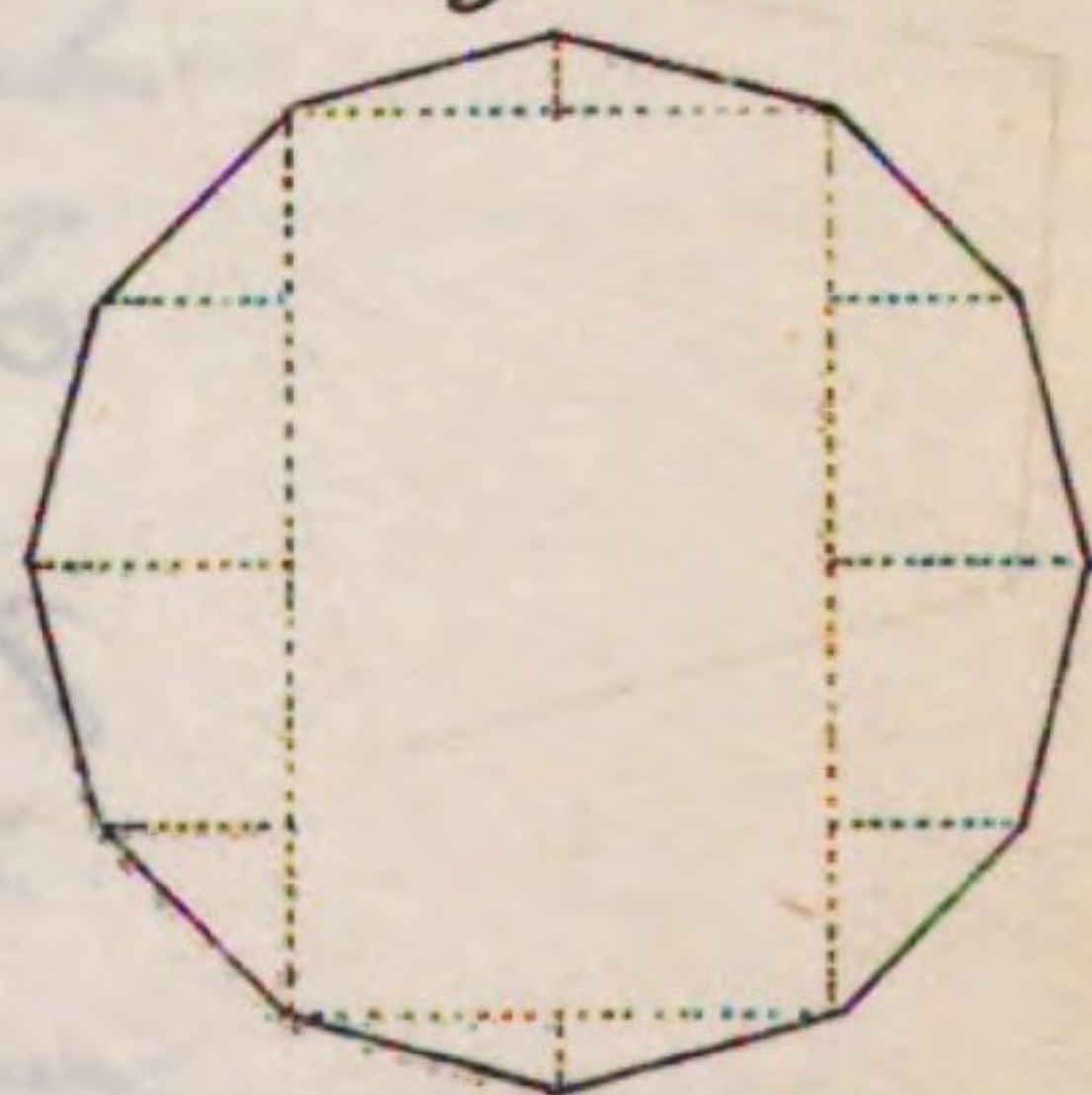
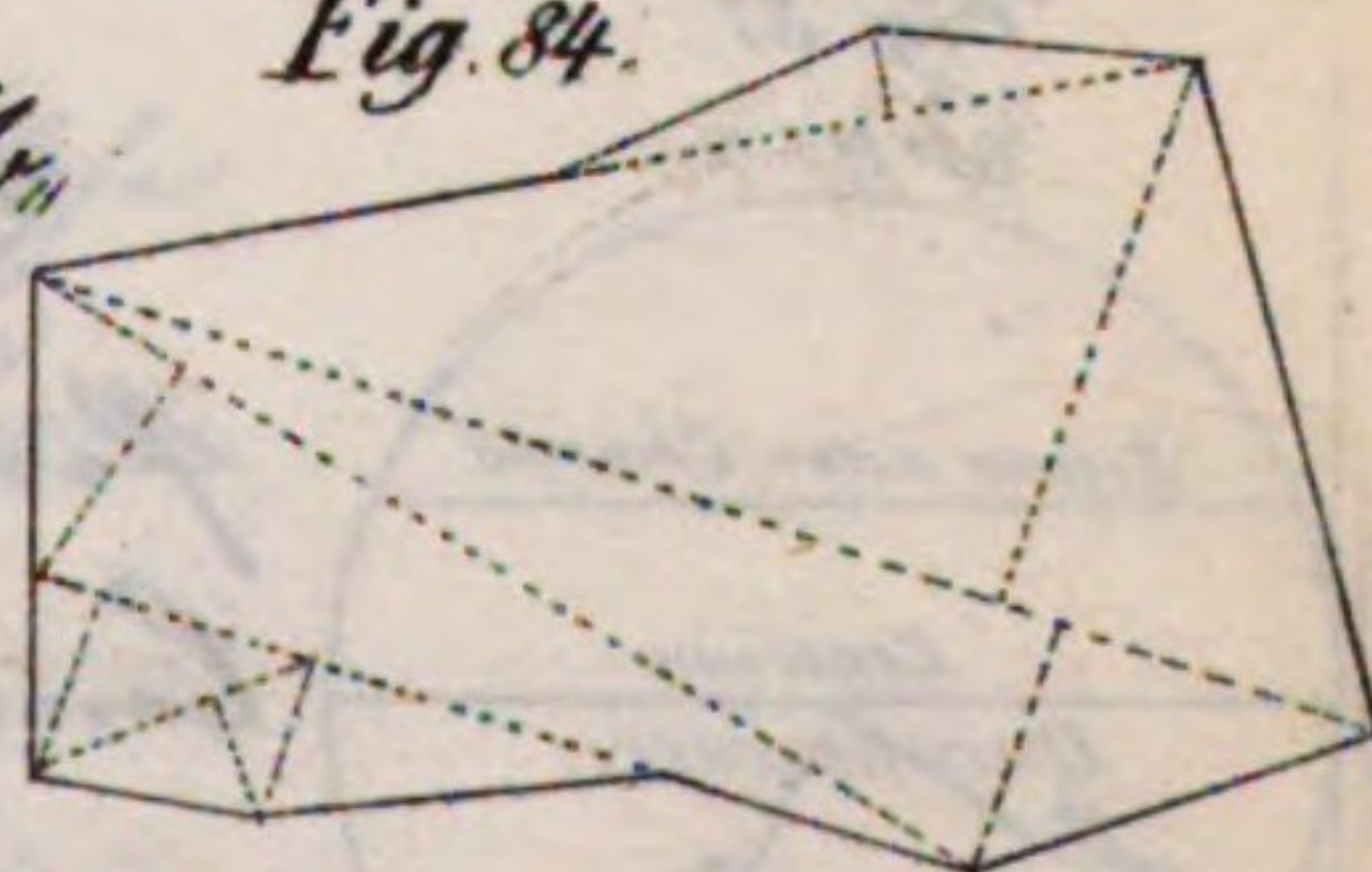


Fig. 84.



Der Kreis.

Fig. 85.



§. 71. Der Kreis : Circulus : ist eine von einem
 oder mehreren Linien, die gleichweit vom Mittel-
 punkte liegt eingeschlossene Fläche.

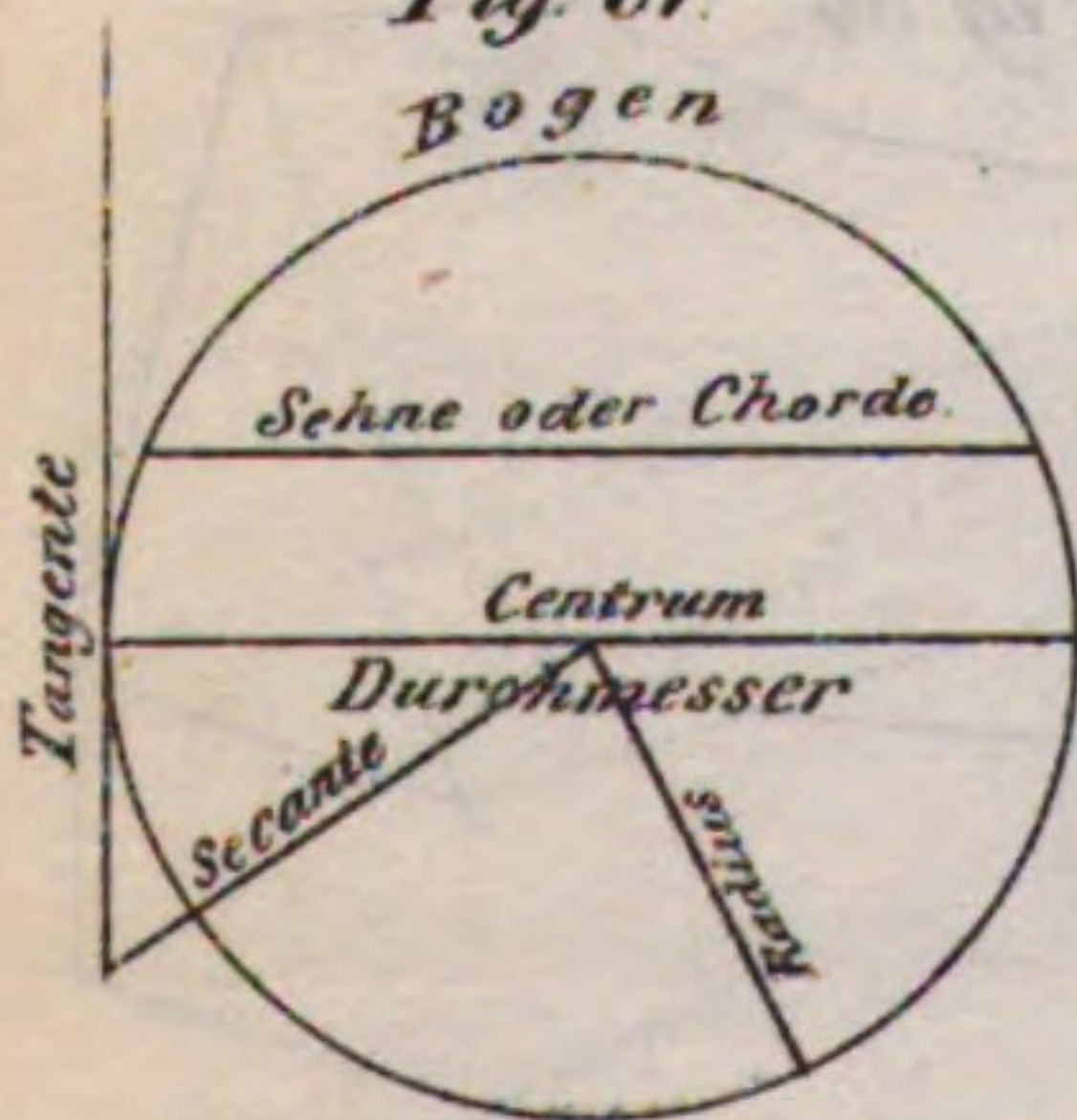
§. 72. Die, den Kreis oder die Kreisfläche begren-
 zende Linie, heißt Peripherie oder Umfang.

§. 73. Man nennt den Mittelpunkte des Krei-
 ses ein Centrum.

§. 74. Der Kreis ist eine regelmäßige
 Fläche aus unendlich vielen Seitenen zusamen-
 gesetzt; oder er ist ein regelmäßiges Polygon von
 unendlich vielen und unendlich kleinen Seitenen.

Fig. 87.

Bogen



§. 75. Eine gerade Linie, die zwei Punkte des
 Peripherie mit einander verbindet und durch das
 Centrum geht, heißt Durchmesser : Durchmesser :
 Alle Durchmesser in selben Kreise sind
 gleich.

§. 76. Eine gerade Linie, welche bloß von
der Peripherie bis zum Centrum geht; oder die Hälfte
des Durchmesser, nennt man Radius /: Halbmesser
oder selber Durchmesser.

§. 77. Eine gerade Linie, welche gleichfalls zwei
Punkte der Peripherie mit einander verbindet,
aber nicht durch das Centrum geht, heißt Sehne
oder Chorde.

§. 78. Eine gerade Linie welche ebenfalls zwei
Punkte der Kreisfläche mit einander verbindet, aber
die Peripherie durchschneidet, heißt Sekante. Die Se-
kante oder Durchschnitlinie ist also ein verlängertes
Radius bis zur Tangente; oder umgekehrt, durch man wohl
sagen: eine verlängerte Sehne bis zur Tangentiallinie.

Eine gerade Linie welche ausser dem Kreise, welche
denselben an einem Punkte berührt, heißt Tan-
gente /: Tangentiallinie: /

§. 79. Im Kreise kommen folgende Theile vor:

Fig. 87.

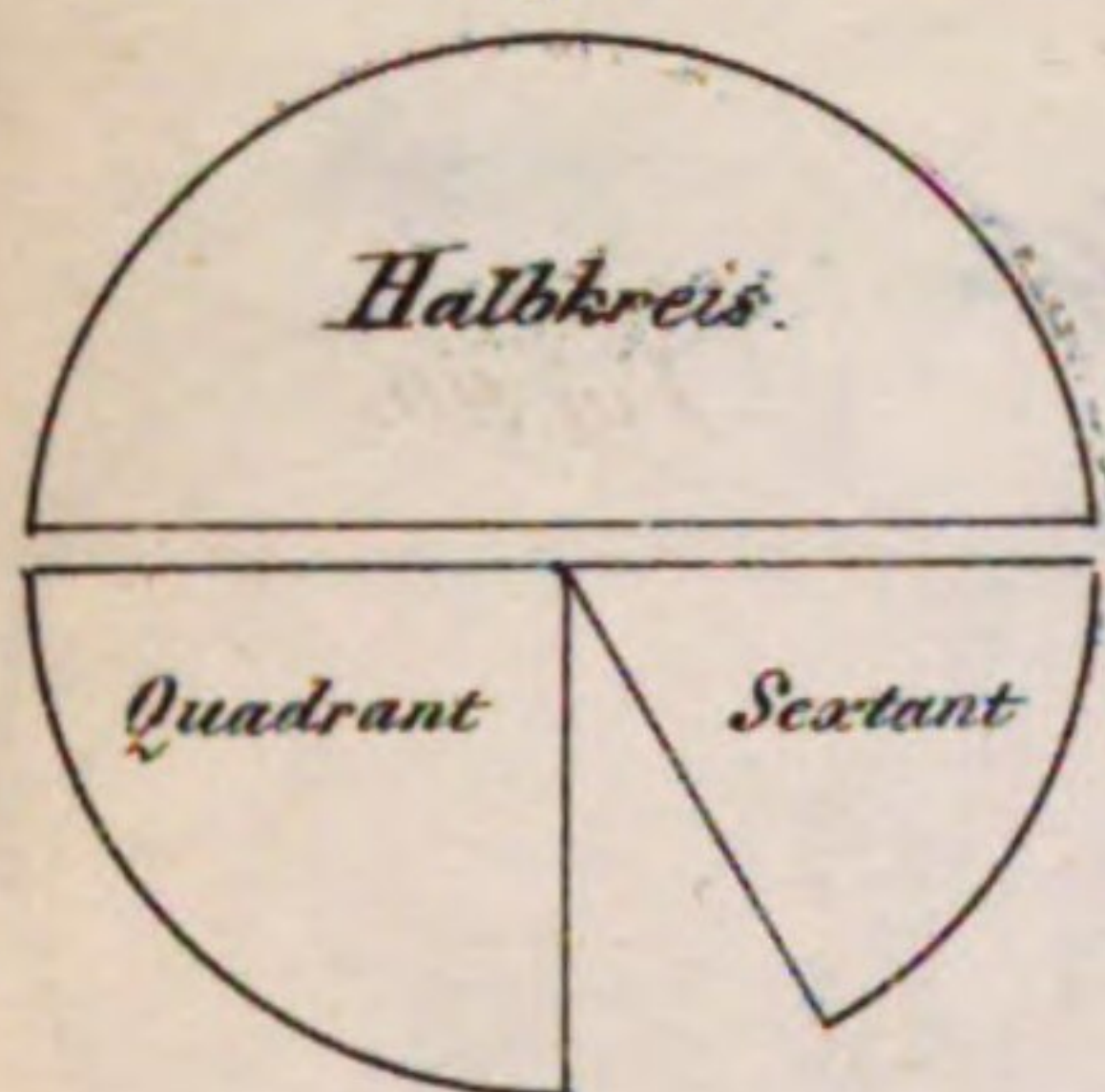
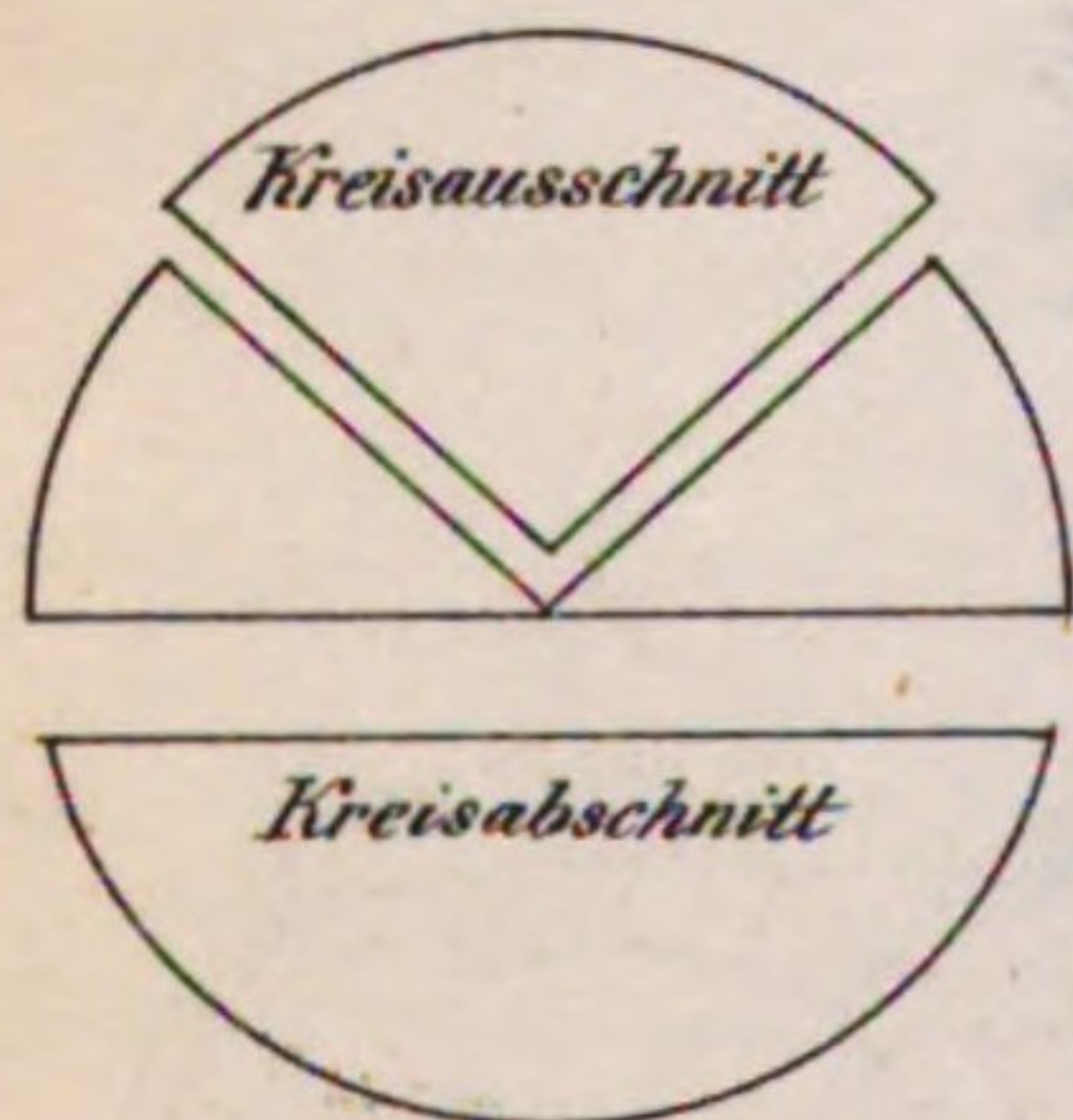
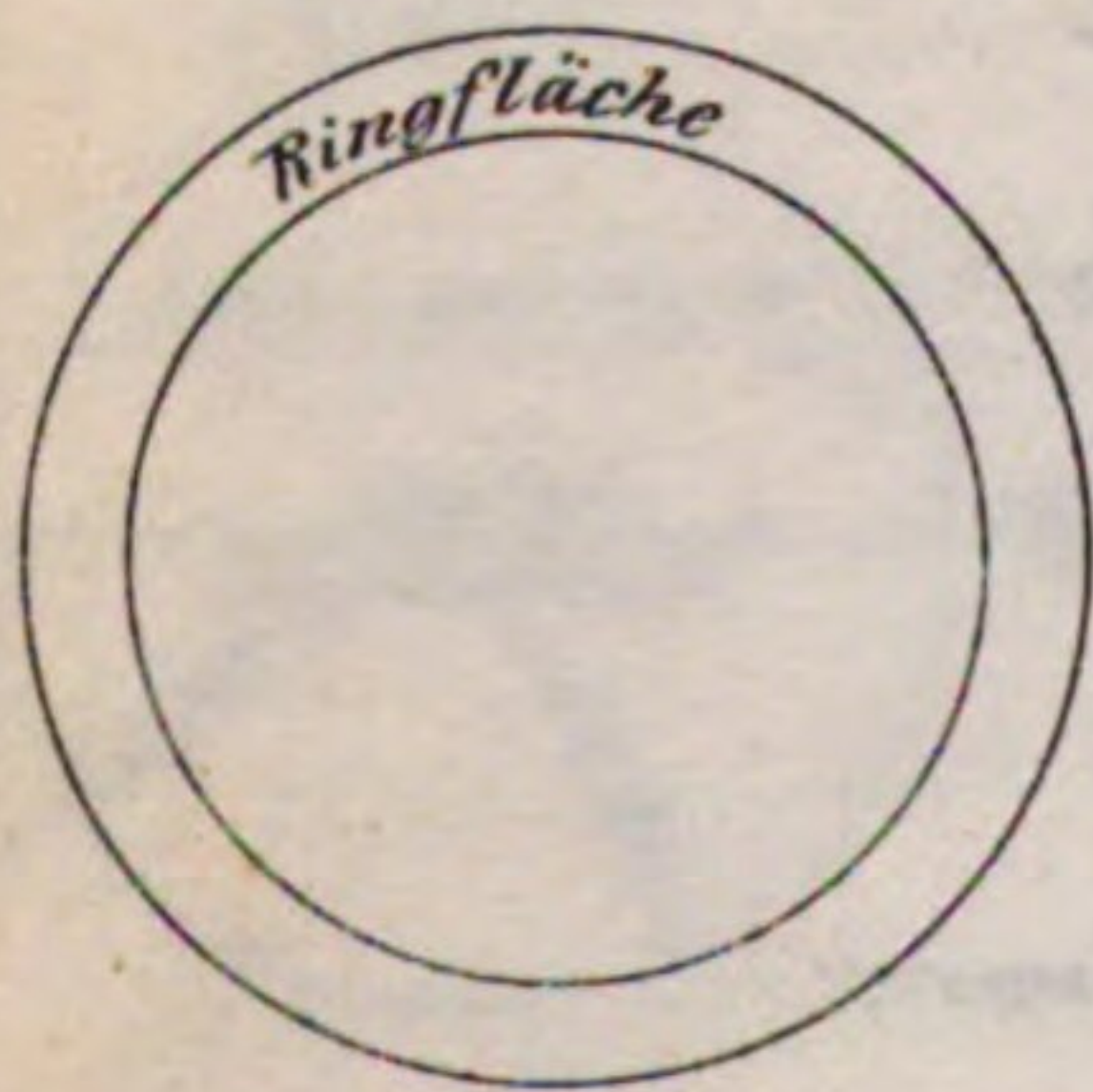


Fig. 88.



- 1, Der Halbkreis, der größte Theil des Kreises, der ist jener Theil des Kreises welcher von einem Durchmesser abgeschnitten wird;
- 2, Der Kreisabschnitt oder Sektor; d. i. jener Theil des Kreisflähe, welcher von zwei Radien, die nicht in einer Geraden liegen, abgeschnitten wird; er liegt also zwischen dem Logen und zwei Radien;
- 3, Der Kreisabschnitt oder Segment, d. i. derjenige Theil des Kreisflähe, welcher von einer Chorde abgeschnitten wird; er liegt sowohl zwischen der Chorde und dem Logen. Jeder Theil der Kreisflähe heißt Logen.
- 4, Der vierte Theil eines Kreises wird Quadrant und der fünfte, Sextant genannt.

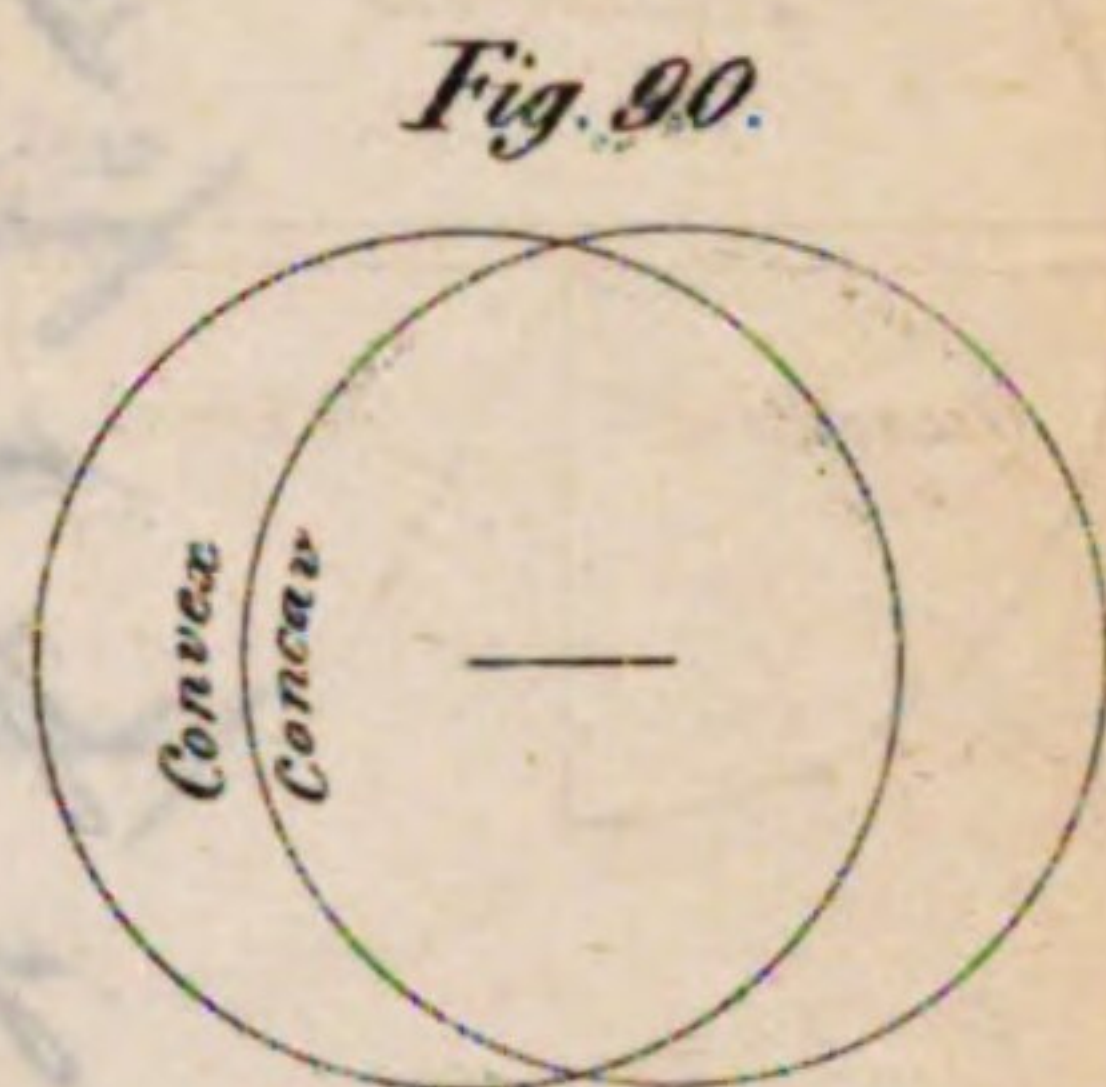
Fig. 89.



§. 80. Wenn zwei ungleich große Kreise in demselben Mittelpunkte haben, so heißen sie concentrisch; der zwischen den beiden Umfangslinien liegende Flähe wird Ringflähe genannt. Concentrisch nennt man

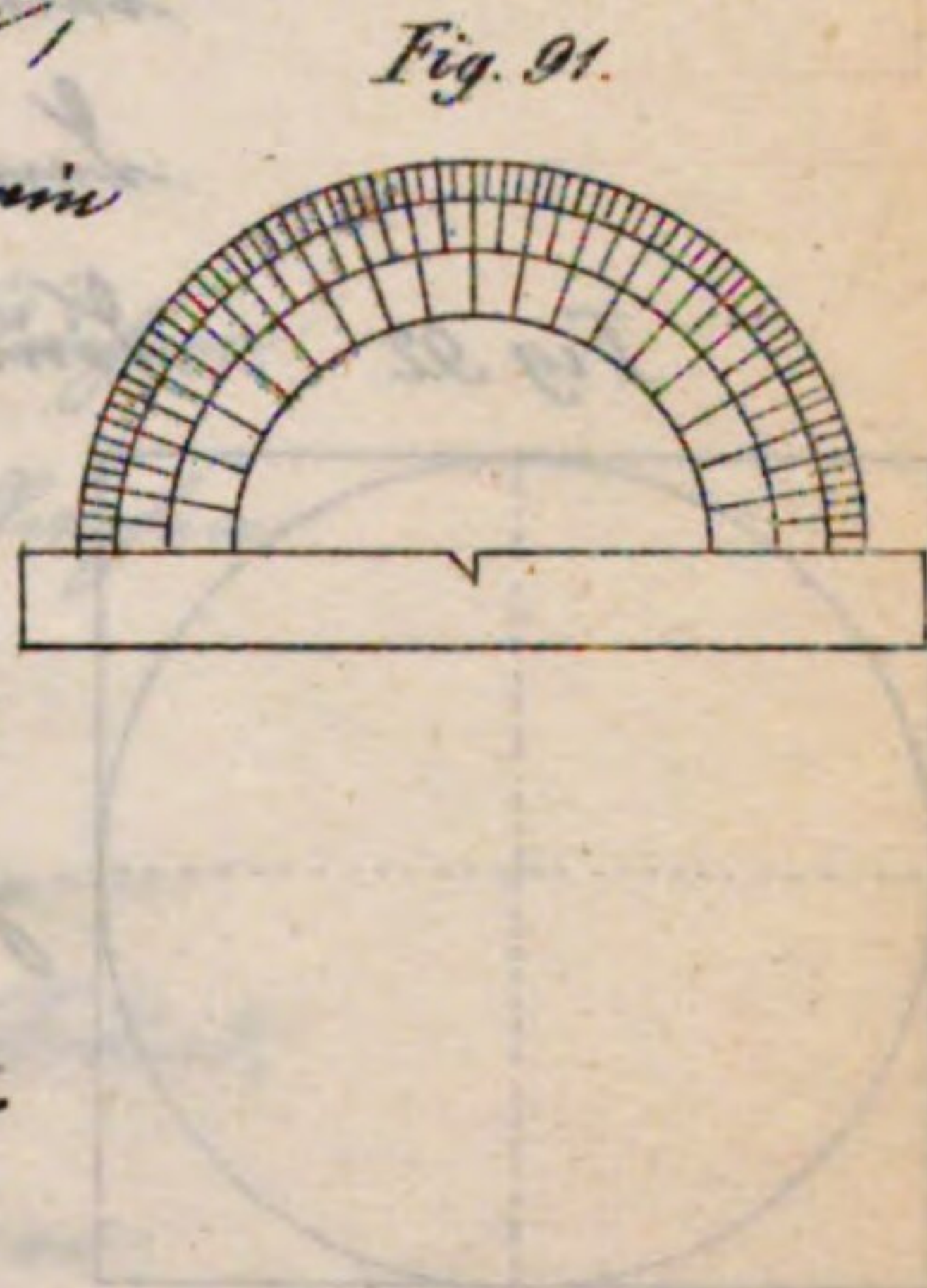
jeune Kreise, von welcher jeder seinen eigenen
Mittelpunkt hat.

§. 81. Eine gerade Linie, welche die bei-
den Mittelpunkte verbindet, heißt Centrallinie.



§. 82. Die innere Hölzung eines Lugens
nennt man Ränder, die äußere äußere Linsung
Lugung.

§. 83. Wenn die Größe des Lugens zu massen,
bedient man sich des Transversals. Dieser ist ein
in 180 Grade getheilter Halbkreis, der aus
Messing, Eisen oder Kupfer gefertigt ist
und am Mittelpunkt einen kleinen Ein-
schnitt hat. Ein Winkel können ebenfalls
mittels des Transversals gemessen werden.



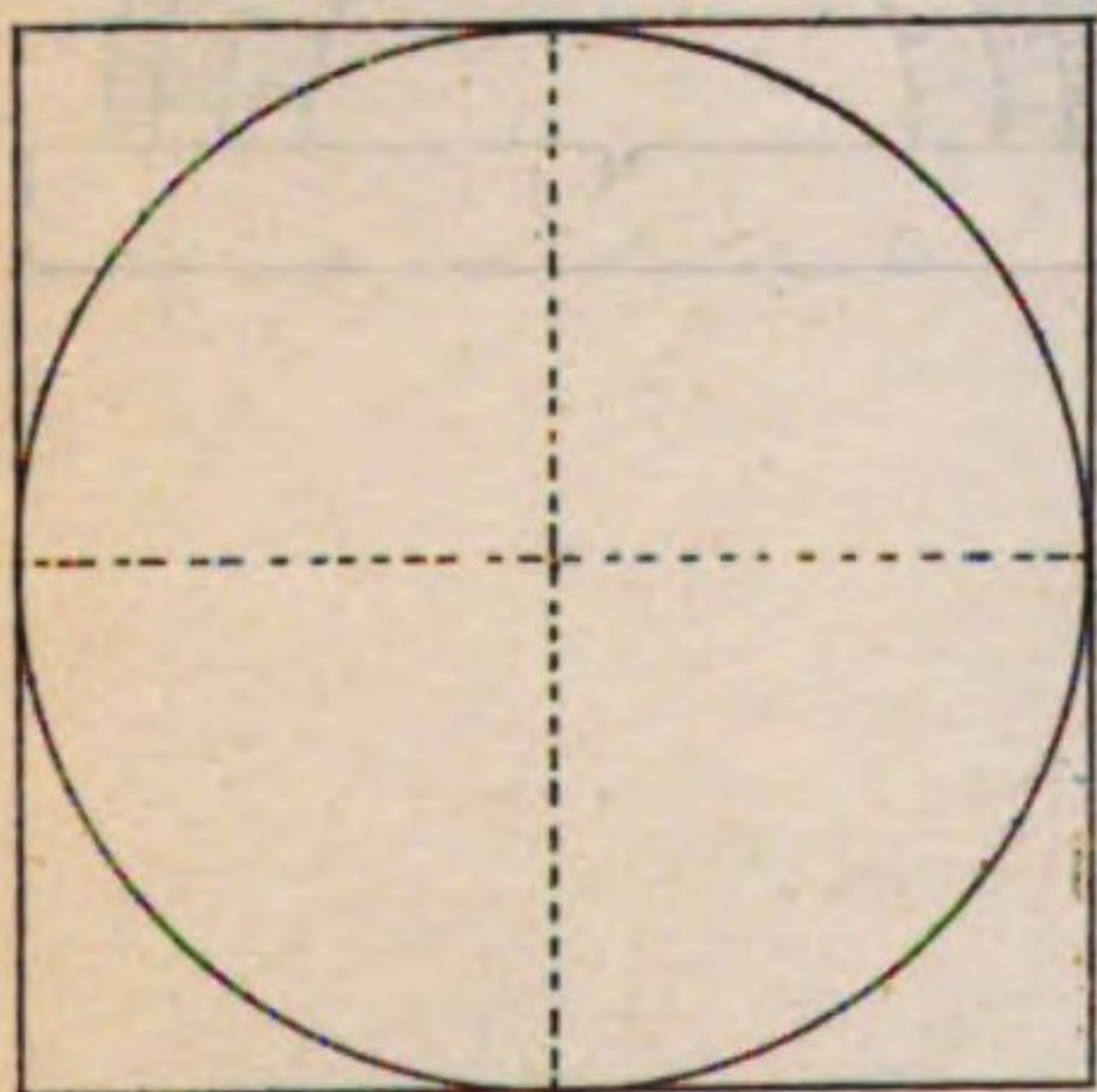
§. 84. Ursprünglich von Pythagoras zuerst,
daß, wenn der Durchmesser eines Kreises in 7 gleiche
Theile getheilt wird, der Umfang oder die Per-
ipherie 22 polys Theile ausfällt, oder was dasselbe
ist, daß der Durchmesser in der Peripherie $3\frac{1}{7} = 3,1416$ mal

ausfallen ist. Wird aber das Eisenwasser in 100 gleiche Teile geteilt, so entfällt der Umfang 315 solcher Teile.

Nach gleicher ist das Verhältnis zwischen Eisenwasser und Umfang, wenn das Eisenwasser in 113 Teile geteilt wird, dann hat der Umfang 355 solcher Teile, u. s. w. u. s. w.

§. 85. Der Flächeninhalt eines Kreises ist gleich dem eines Vierecks, dessen Grundlinie gleich dem Umfang und dessen Höhe gleich dem Radius eines Kreises ist.

Fig. 92.



§. 86. Wenn die Seite eines Quadrats gleich ist dem Durchmesser eines Kreises, so verhalten sich deren Flächen wie 4 zu 3, 16/12.

II. Stereometrie.

§. 87. Die Stereometrie lehrt uns die räumlichen Größen — die Körper — geometrisch kennen, messen und berechnen.

§. 88. Der Korymbus ist eine Ausbuchtung
- Einsenkung -; er setzt sich aus dem Län,
ge, Breite und Tiefe /: Hatt Tiefe kann man auf
Länge und Tiefe setzen, je nach dem der Ausdruck
den Begriff des betreffenden Korymbus besser bezeichnet.

§. 89. Der Korymbus eines Korymbus - geometrisch
betrachtet - ist bedingt durch seine Grenzen, Län,
ge, Breite, Tiefe und Höhe.

§. 90. Die Grenzen eines Korymbus sind Flächen.
Diese theilt man ein in Län- und Breitenflächen.

§. 91. Die Länflächen theilt man wieder ein
in die Grund- und die Länfläche. Die Grund-
fläche ist jene Fläche, auf welcher der Korymbus
steht oder liegt; die Länfläche liegt der Grund-
fläche gegenüber. Hat der Korymbus
jedoch eine Spitze, so tritt an die Stelle der
Länfläche die Spitze und es ist nur eine Län-
fläche - die Grundfläche vorhanden.

§. 92. Ein Aitaufläusen sind die den Körper umgebende Flügel, welche man auch die Membralläusen nennt. Ein Rümmer aller Flügel nennt Körper, wird die Oberfläusen Insulben genannt.

§. 93. Ein Ranten nennt Körper sind die Linien, welche beim Treffen oder Verwundung ja zerreißen abzunehmender hingewandten Flügel, sich bilden, oder die Gränge von ja zerreißen zusammen zu trocknen Flügel.

§. 94. Ein Fikan oder die Körperlichen Winkel nennt Körper sind die Zusammenstoßung, gültig der Ranten.

§. 95. Ein Aisse nennt Körper ist die gestreckte oder zu starkem groben Linien, welche von Mittelpunkten der oberen Endfläusen oder von der Spitze aus durch die Mitte des Körpers auf den Mittelpunkten der Grundfläusen trifft.

§. 96. Ein Hofe eines Kögens ist diejenige punk-
tuelle, geradenförmige Linie, welche von obersten
Punkte der Oeffe auf die Grundfläche gefällt wird.
Der punktirte Kögens ist die Oeffe auf die
Hofe.

§. 97. Ist die Oeffe eines Kögens punktirte
zur Grundfläche, so wird der Kögens gerade
genannt; in andern Fällen sonst.

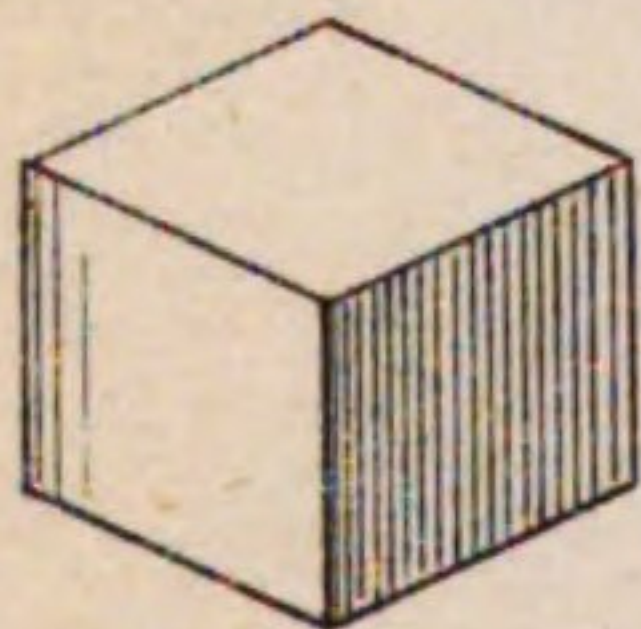
§. 98. Ein Kögens heißt man ein „in regel-
mäßigen und unregelmäßigen Kögens.“

§. 99. Der Kögens wird regelmässiger Kögens
genannt, der von regelmäßigen Flächen, Kanten
und Ecken begrenzt ist, alle übrigen Kögens sind
unregelmäßig.

§. 100. Nur regelmäßigen Kögens können ge-
maßt und berechnet werden. Ein unregelmäßi-
ger müssen Derselbe in regelmäßigen zerlegt werden,
wenn sie abgemessen und berechnet werden sollen.

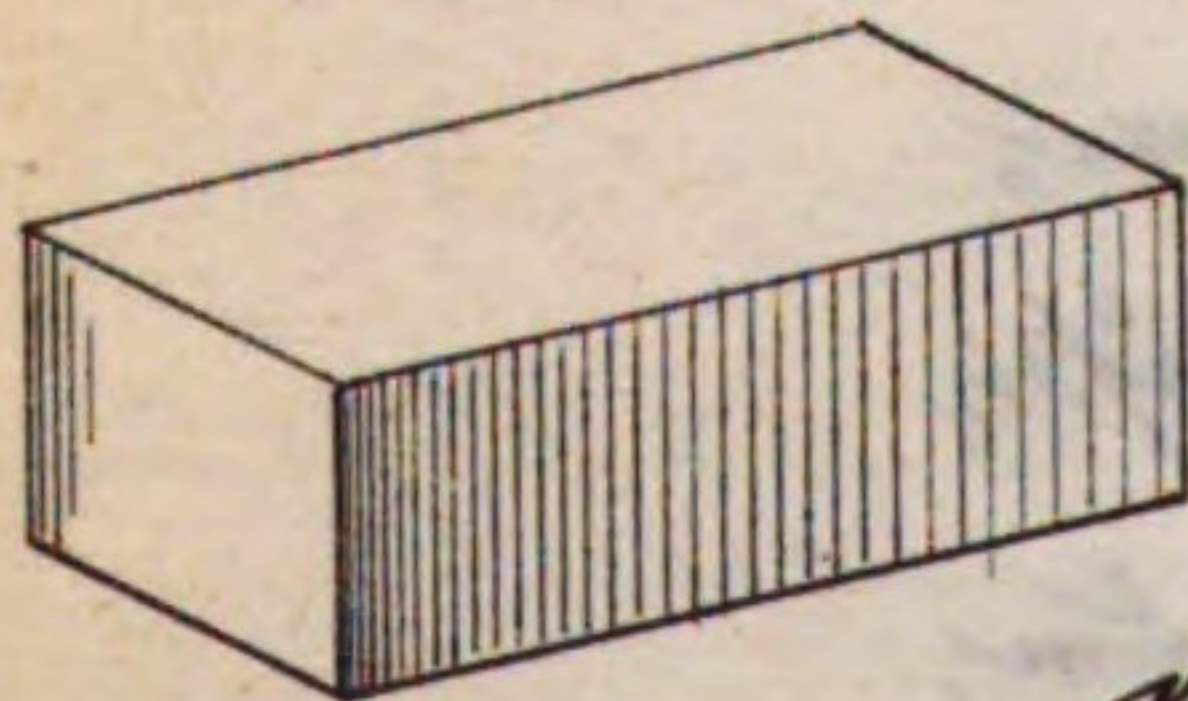
- §. 101. Ein regelma"ßiger Körper sind:
- 1, Der Cubus /: Würfel:/
 - 2, Das Parallelogramm /: Laub:/
 - 3, Das Prisma /: Stäbchen:/
 - 4, Der Cylinder /: Walze:/
 - 5, Ein Pyramide /: Ditzstäbchen:/
 - 6, Der Conus /: Kegel:/
 - 7, Ein regelma"ßiger Körper, welcher, wenn, zu auf den Kegel gesetzt,

Fig. 93.



§. 102. Der Cubus oder Würfel ist ein Körper, der von sechs gleichen Quadraten begrenzt ist, und dessen Seiten gleich sind. Ein jeder der selben ist irgend eine der Seiten, die sich auf zur Grundfläche haben.

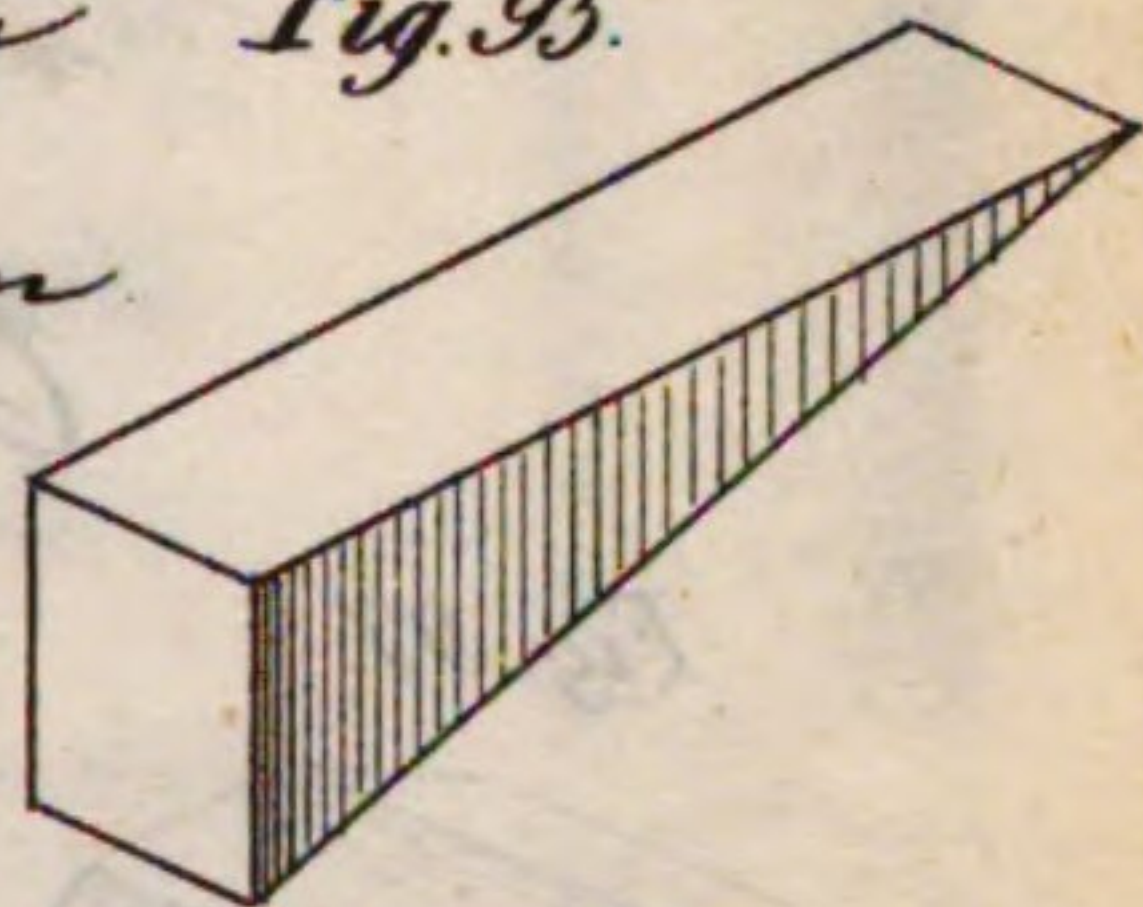
Fig. 94.



§. 103. Das Parallelogramm oder der Laub ist ein Körper, dessen Grund "f" und "n" Seitenflächen Parallelogramme sind. Ein jeder derselben ist eine der Seiten auf der Grundfläche stehenden Seiten der Körperfläche.

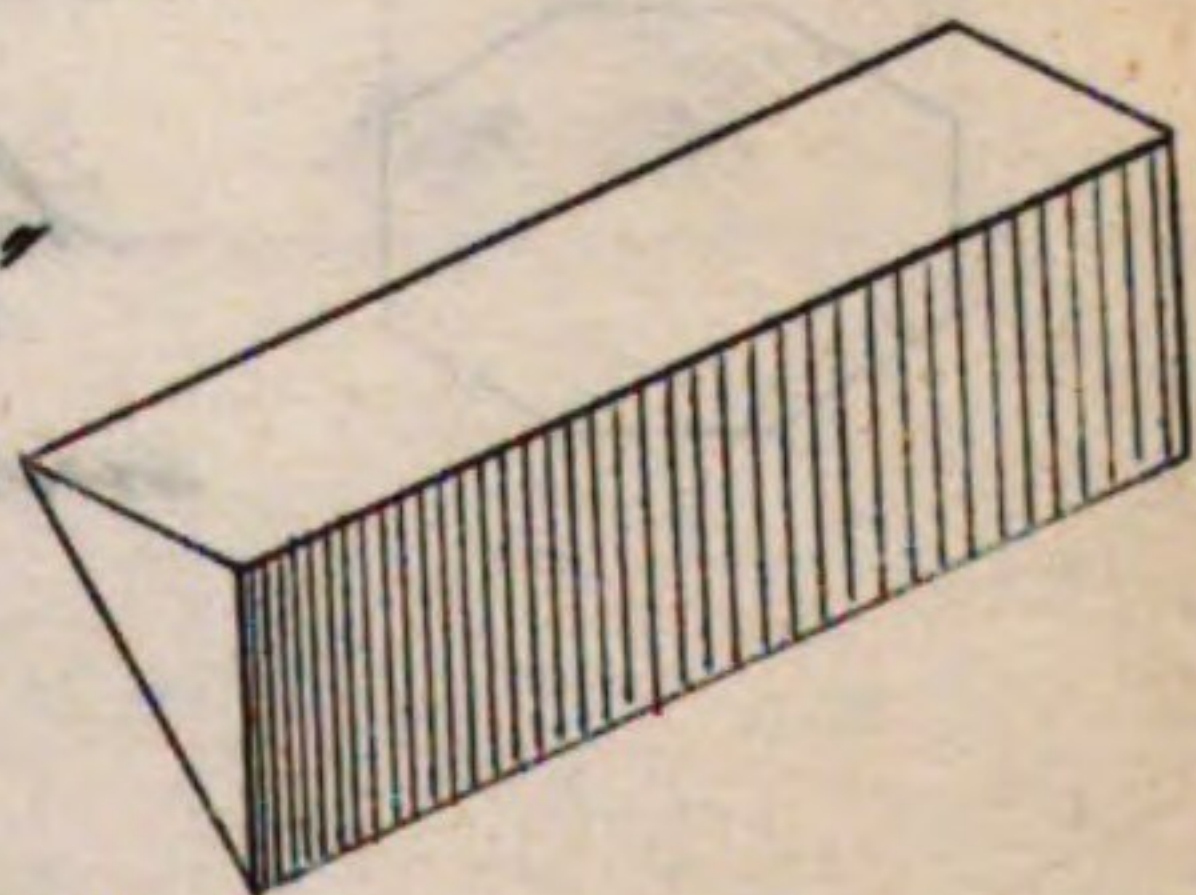
Ein beiden geraden zu einander stehenden Flächen
den Flächen ein Parallelogramm, wenn man
auf Flächen.

§. 104. Setzt man eine Ebene an die Flächen Fig. 95.
geraden zu Grundflächen an und schneidet den
das Parallelogramm mittels der Ebene
Diagonal der, so erhält man zwei gleiche
Teile die man Teile nennt.



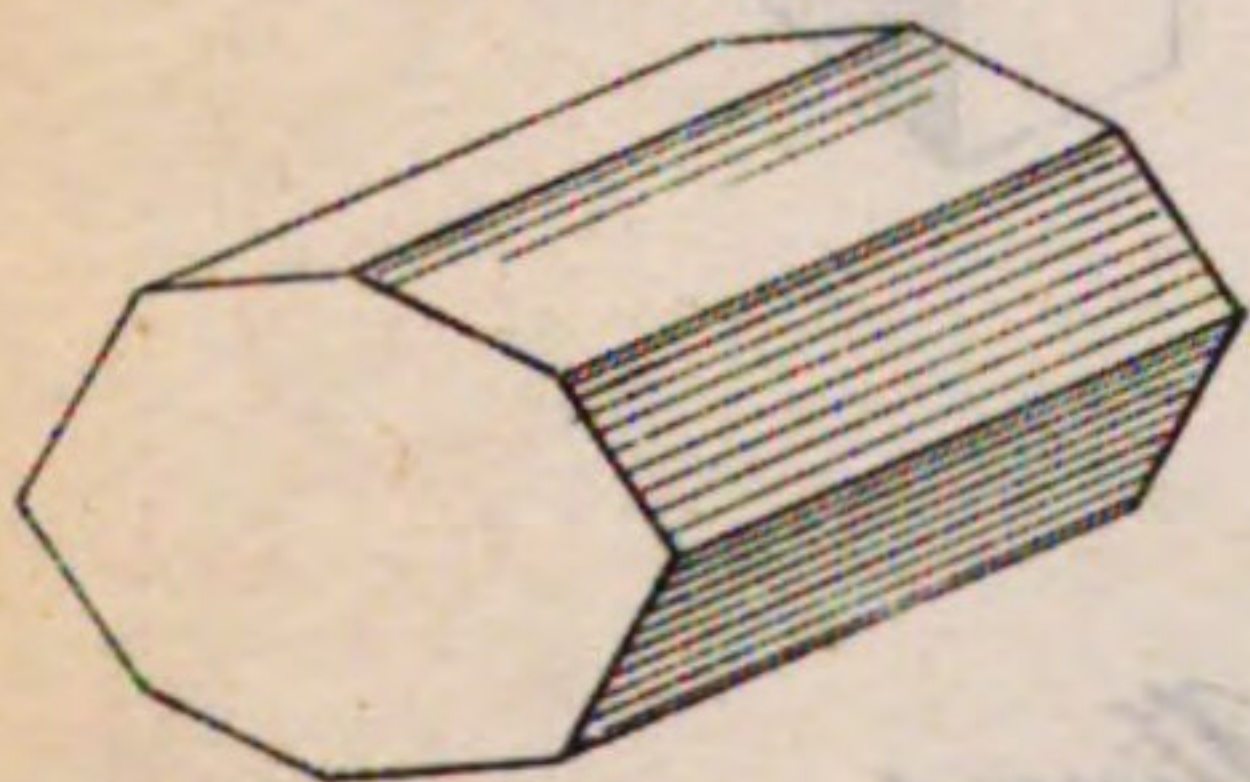
§. 105. Das Rechteck ist ein Parallelogramm, dessen Flächen,
Grund, und Seitenflächen Parallelogramme und
dessen zwei Diagonalen einander gleich
sind.

§. 106. Setzt man die Ebene Diagonal an
die Flächen das Parallelogramm und schneidet Fig. 96.
das Rechteck mittels der Diagonal der,
so erhält man zwei gleiche Teile
an den Diagonalen der, welche den
an den Diagonalen der geraden gegenüber
stehen, so erhält man zwei gleiche Teile
Rechtecke, die eigentlich auf Rechtecke sind.



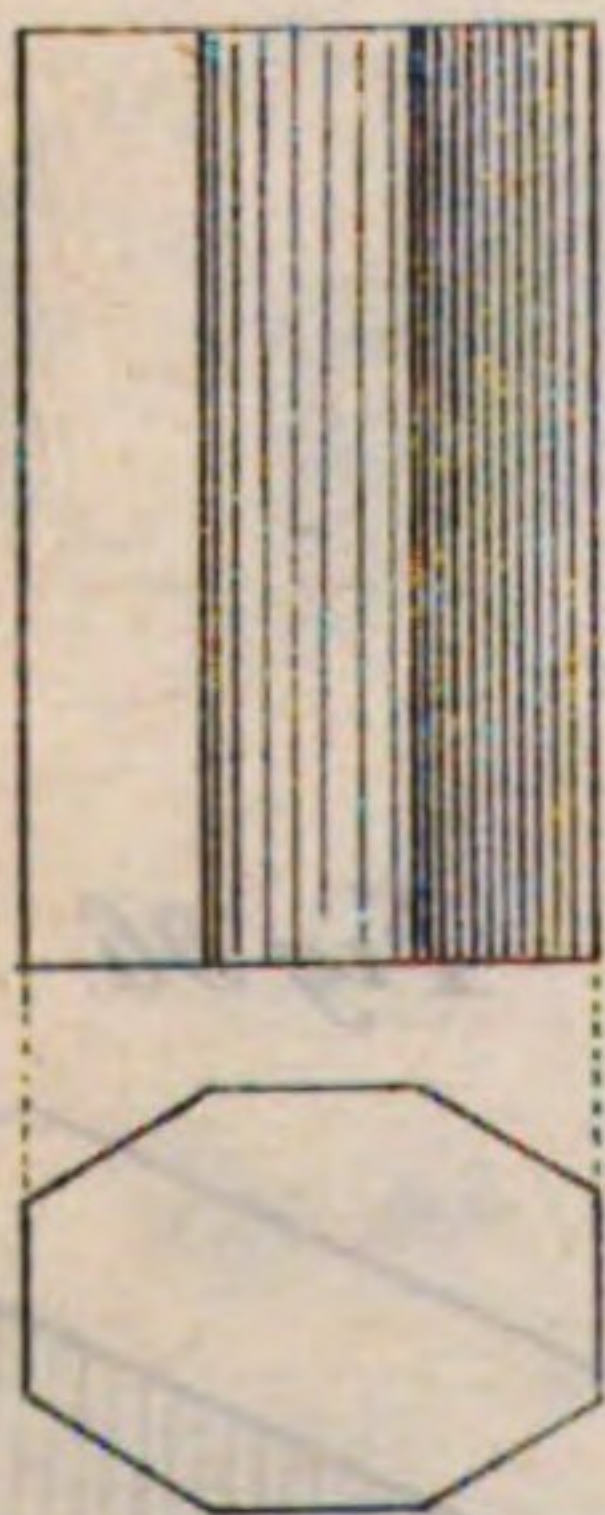
S. 107. Das Prisma oder die Felspauke ist ein Körper, der zwei parallele liegende Congruente Seiten, oder Vierecke oder Polygone zur Grund- und Deckfläche, und deren so viel Paare parallellogramm zu Seitenflächen sind, als die Deckfläche Seiten oder Ecken.

Fig. 97.



S. 108. Nach der Anzahl der Seiten oder Ecken der Grundfläche unterscheidet man drei- vier- fünf- und unregelmäßige Prismen.

Fig. 98.



S. 109. Die Höhe eines Prismas ist die senkrechte Linie von einer Deckfläche zur anderen. Wenn die Seiten eines Prismas senkrecht auf der Grundfläche, so wird es ein gerades Prisma genannt; sind dieselben nicht senkrecht, heißt es ein schiefes Prisma, so wird es schiefes Prisma genannt.

S. 110. Jedes unregelmäßige Prisma läßt sich durch einen Schnitt in dreiseitige Prismen zerlegen.

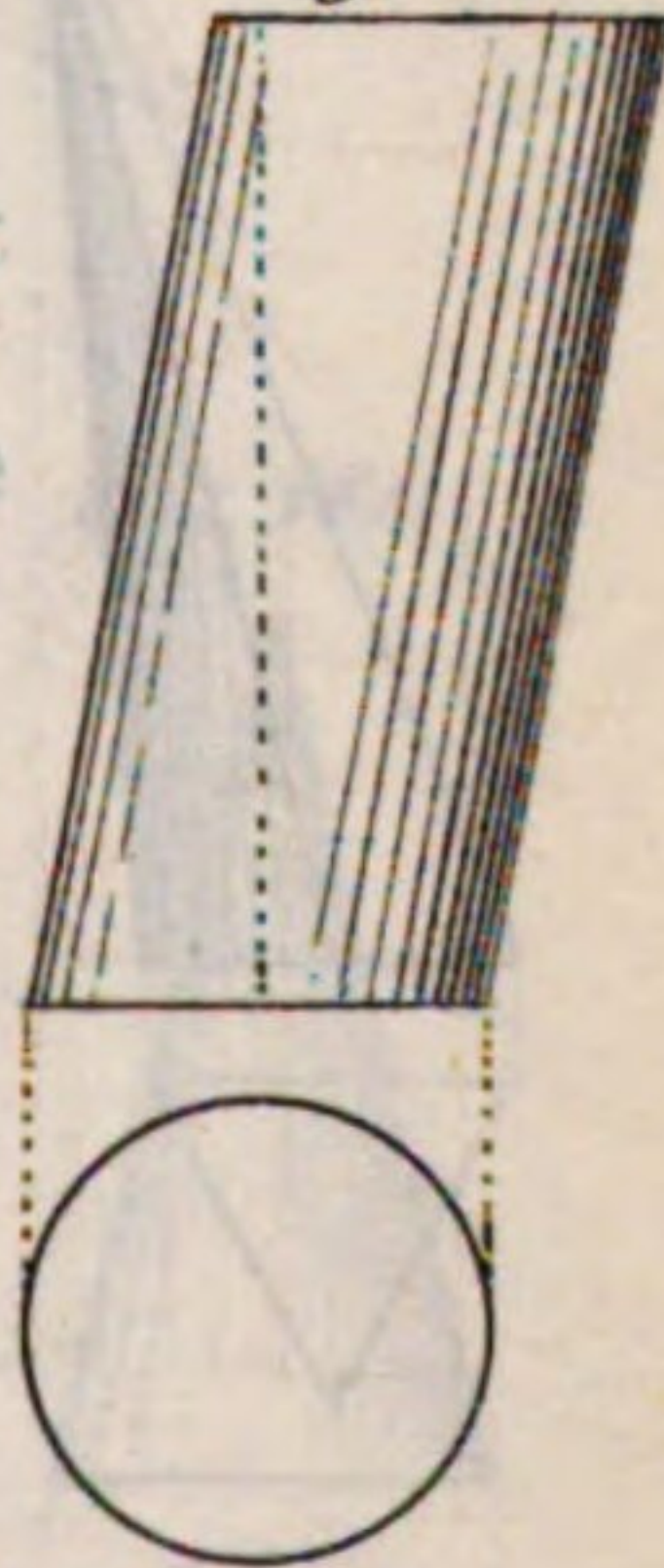
§. 111. Jedes dreiseitige Prisma läßt sich in drei dreiseitige Pyramiden zerlegen, die mit dem Prisma gleiche Grundfläche und Höhe haben.

Fig. 99.



§. 112. Der Cylinders oder der Walze ist ein solches Körper, der zwei parallel liegende congruente Flächen zu Grundflächen und ein Krümmungs oder abgerundetes Parallelogramm zur Seiten- oder Mantelfläche hat. Letztere muß aber so eingerichtet sein, daß jede gerade Linie, welche von der Grundfläche zur Grundfläche gezogen wird, mit allen ihrem Theilen der Mäntelfläche berührt. (Fig. 101.)

Fig. 100.



§. 113. Die Höhe eines Cylinders ist die senkrechte, gleiche Linie von der Grund- zur Grundfläche.

Fig. 101.

§. 114. Wenn die Oberfläche des Cylinders senkrecht zur Grundfläche, so wird der Cylinders gerade, d. h. im andern Falle schiefe genannt.

§. 115. Die Pyramide oder Kegelfläche

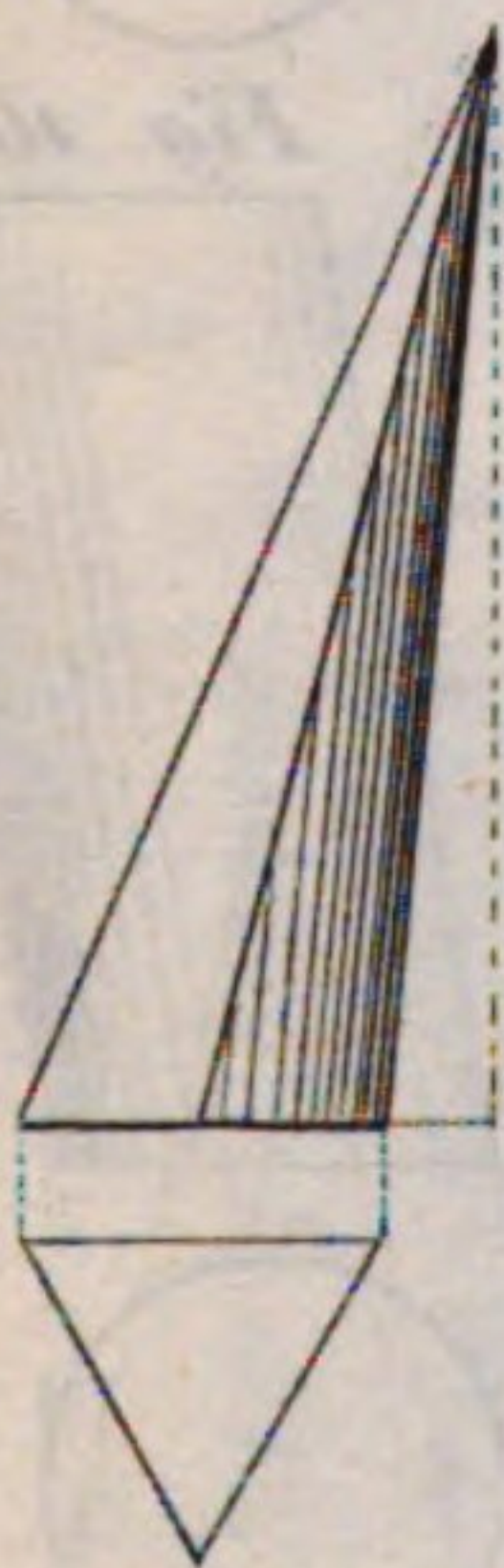


Fig. 102.



ist jener Körper, dessen Grundfläche ein Viereck, Kreis, oder jedes beliebige Polygon sein kann und dessen Seitenflächen senkrecht stehen sind, die alle mit einer ihrer Seiten in einem Punkt zusammenstoßen. Der Punkt, in welchem sich alle Seitenflächen und Kanten vereinigen, wird der Spitze der Pyra., mit genannt.

Fig. 103.



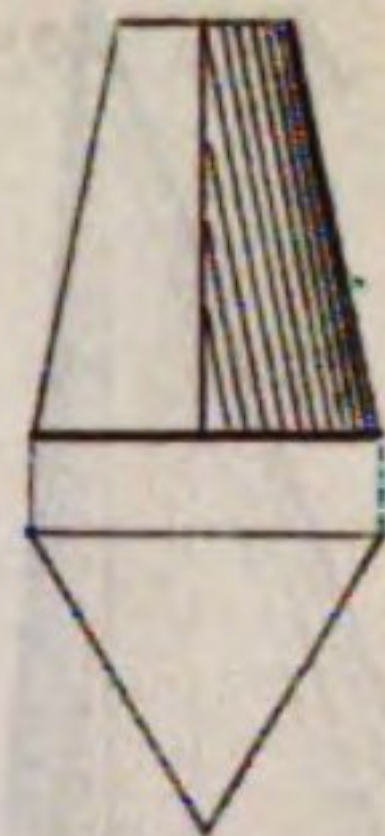
§. 116. Die Höhe einer Pyramide ist eine rechtwinklige Linie zur Grundfläche bis zur Spitze der Pyramide.

§. 117. Ist die Oberfläche einer Pyramide senkrecht zur Grundfläche, so wird dieselbe gerade, im andern Falle schiefe genannt.

§. 118. Jede Pyramide läßt sich in einen dreiseitigen Prisma, die mit ihr gleiche Grundfläche und Höhe hat.

§. 119. Jede Pyramide ist der dritte Teil eines Prismas von congruenter Grundfläche und Höhe.

§. 120. Wird eine Pyramide parallel mit der Grundfläche durchgeschnitten, so entsteht ein abgestüzte oder gestümmelte Pyramide.

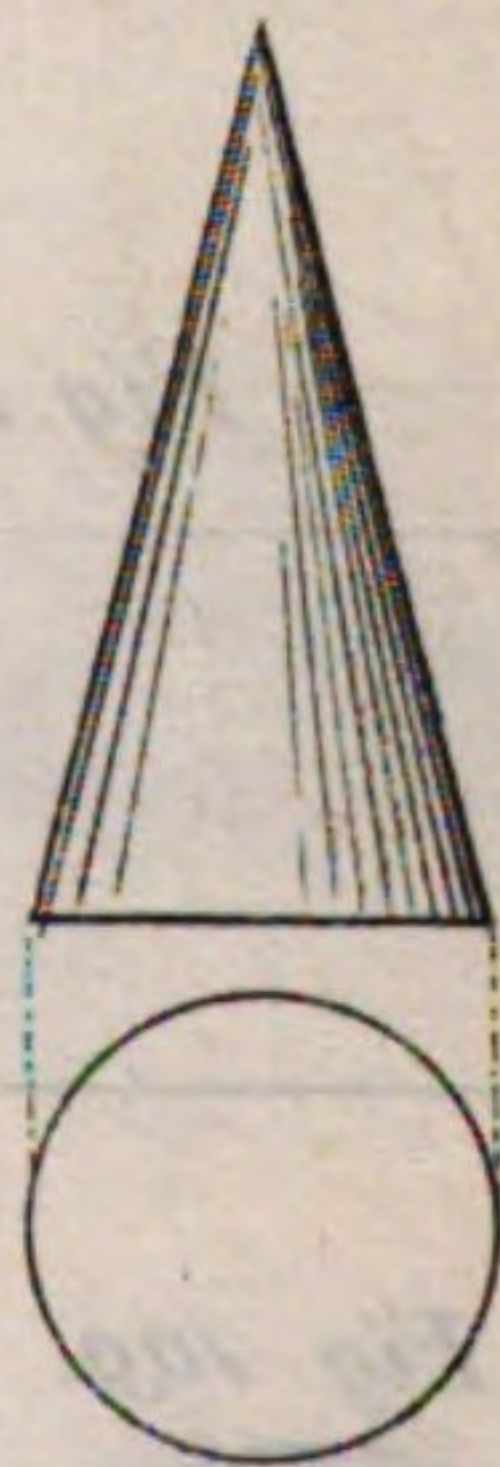


§. 121. Die beiden Fußflächen der abgestützten Pyramide sind einander ähnlich. Die geometrische Untersuchung der beiden Fußflächen ist die Höhe der abgestützten Pyramide.

§. 122. Die Höhe einer gestümmelten Pyramide läßt sich aus dem Verhältnisse der beiden Fußflächen berechnen, wenn die Höhe der ganzen Pyramide bekannt ist, oder aus dem der Seitenabmessungen der Seitenflächen.

§. 123. Hat die Pyramide einen Kreis zur Grundfläche, so wird aus ihr ein Kegel. Der Kreis oder Kegel ist ein Körper, der einen Kreis zur Grundfläche und ein gebogenes Kreissegment zur Seiten- oder Mantelfläche hat.

Fig. 105.



§. 124. Die Höhe eines Kegels ist eine senkrechte Linie zur Grundfläche bis zur Spitze des Kegels. Die Oberfläche desselben ist eine gebogene Linie von der Spitze bis zum

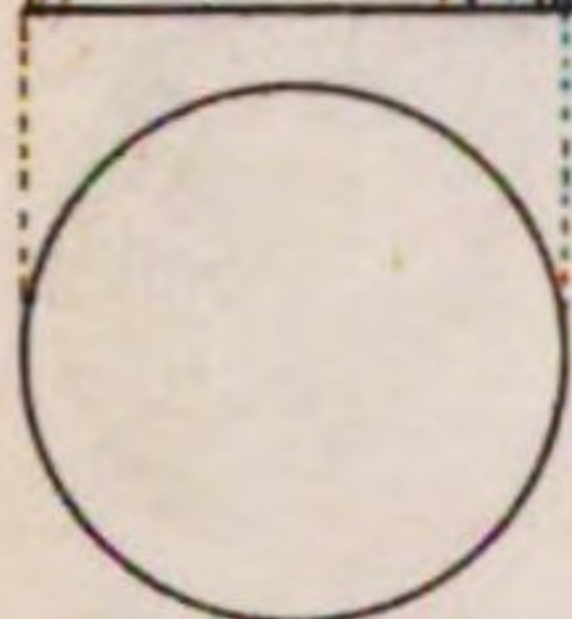
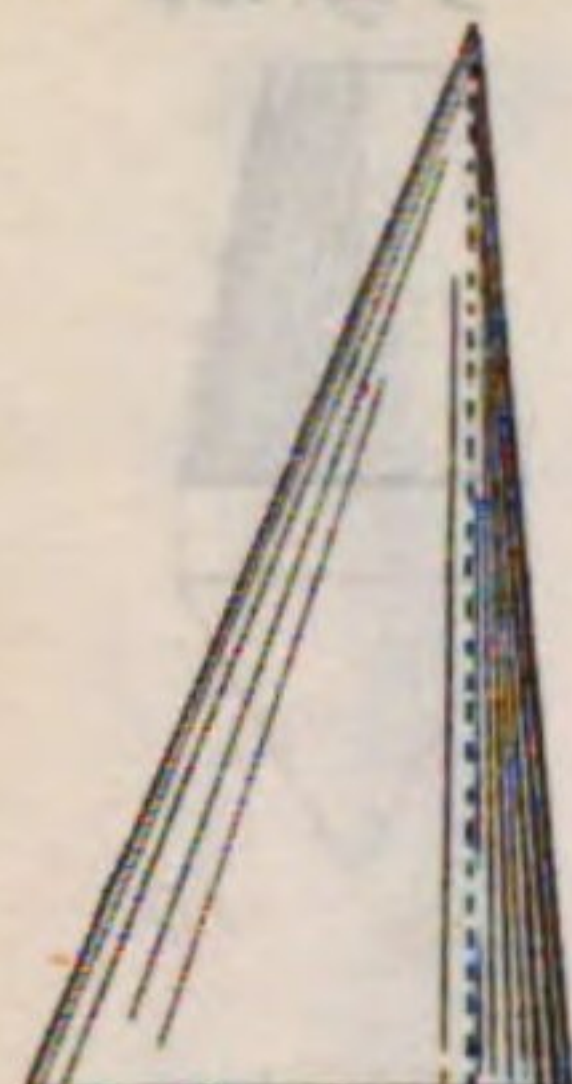


Fig. 107.

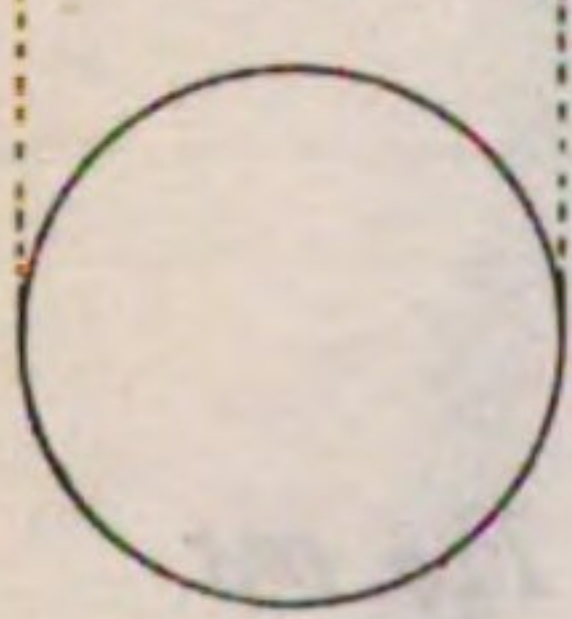
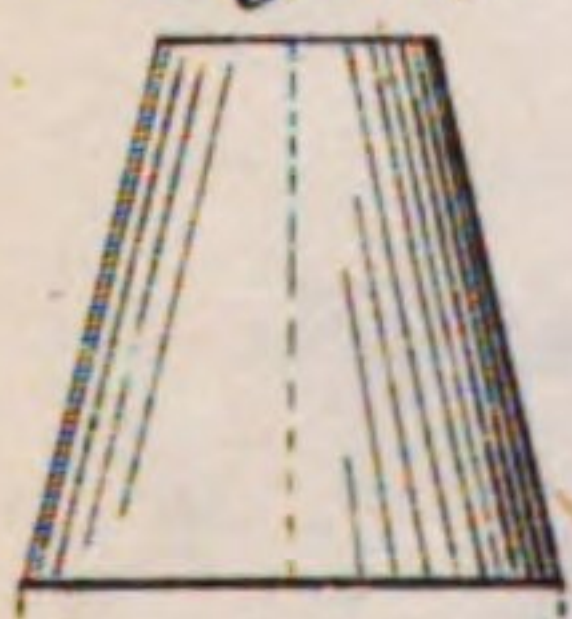


Fig. 109.

Mittelpunkt der Grundfläche. Ist die Achse zugleich die Höhe des Kegels, so wird derselbe gerade, in andern Fällen schiefe genannt.

§. 125. Wird der Kegel mit einer Ebene senkrecht zur Grundfläche durchgeschnitten, so entsteht der abgestutzte Kegel. Die senkrechte Entfernung der beiden Endflächen, ist die Höhe des abgestutzten Kegels. Die Achse desselben ist eine gerade Linie vom Mittelpunkt der oberen bis zum Mittelpunkt der unteren End-, oder Grundfläche.

Ist die Achse senkrecht zur Grundfläche, so wird der abgestutzte Kegel gerade, in andern Fällen schiefe genannt.

§. 126. Die Mantelfläche eines abgestutzten Kegels

Fig. 108. ist ein Trapez, dessen parallele Seiten den mittleren Umfang der beiden Endflächen, und dessen Höhe die Mantellinie ist.



§. 127. Ein Kegel ist ein regelmäßiges Körpergeometrisches,

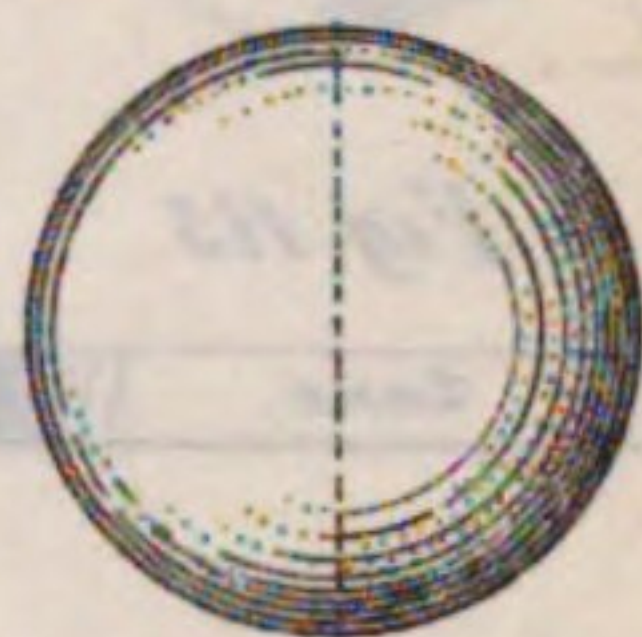
das von unendlich vielen kleinen Vierecken begrenzt ist, die alle gleichseitig vom Mittelpunkt des Kegels ausgehen und ihre Oberflächen bilden.



§. 128. Eine Kugel kann man sich so vorstellen
denken, daß man einen Halbkreis um seinen Durchmesser drehet.

§. 129. Die Oberfläche einer Kugel ist der Durchschnitt einer geraden Linie, welche von einem Punkte der Oberfläche auf die entgegengelegte Seite durch den Mittelpunkt der Kugel geht. Die beiden Endpunkte der Oberfläche nennt man Pole.

Fig. 110.



§. 130. Wird eine Kugel mittels einer so durchgeschnitten, daß die Oberfläche auf beiden Seiten flach, so werden die Durchschnittsflächen hohle Kugelflächen; deren Mittelpunkte alle in der Oberfläche fallen; je näher diese Punkte „oder Kugelflächen“ dem Mittelpunkt der Kugel kommen, um desto größer werden sie; die größte dieser Kugelflächen ist diejenige, deren Mittelpunkt mit dem der Kugel zusammenfällt und diese sind nun in zwei gleiche Teile geteilt, von welchen jeder eine Halbkugel genannt wird.

Fig. 111.



Fig. 112.



§. 131. Beschneidet man einen Teil der Kugel ab, so wird dieser Kugelabschnitt genannt.

Fig. 113.

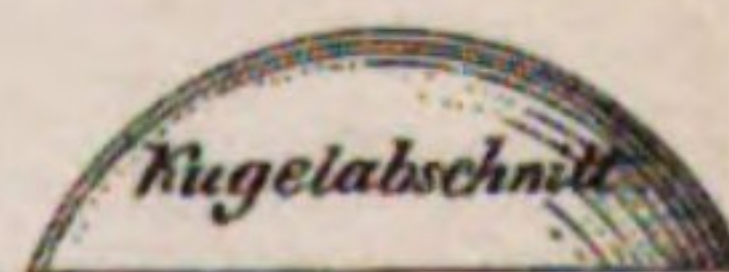
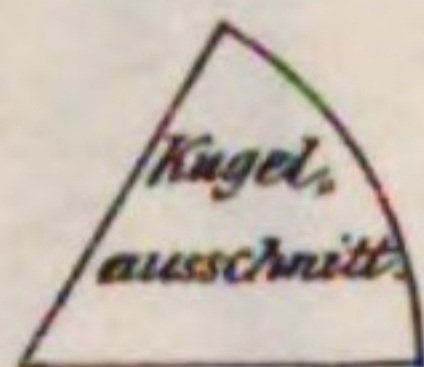
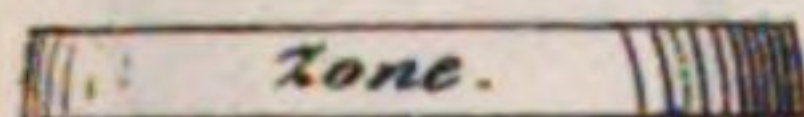


Fig. 114



§. 132. Der Kugelausschnitt ist ein Körper, welcher einen Theil der Kugeloberfläche zur Grundfläche und seinen Verrandspinn in dem Mittelpunkte der Kugel hat.

Fig. 115.



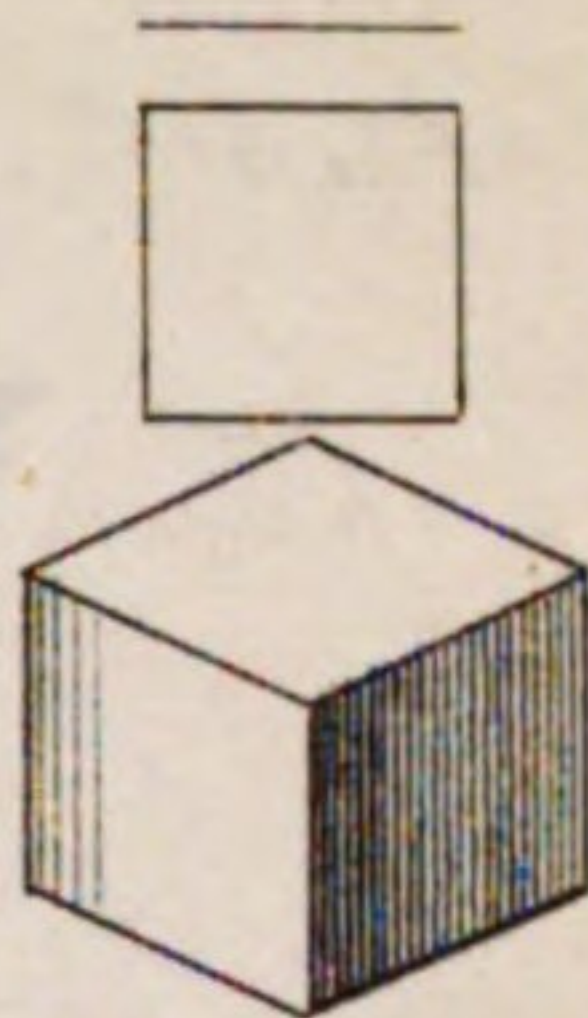
§. 133. Jener Theil der Kugeloberfläche, zwischen zweien geraden Kreislinsen, nennt man Zone oder Kugelband.

III. Ausmessung und Berechnung der geometrischen Grössen.

§. 134. Will man eine geometrische Grösse messen, so muß das zum Messen bestimmte Maass mit der zu messenden Grösse gleichartig sein; das heisst: eine Linie oder Länge kann nur mit einem Längenmaass, ein Flächen nur mit einem Flächenmaass und ein Körper nur mit einem Körpermaass - als Maasssinn gemessen werden.

§. 135. Die, am 29. April 1869 gesetzlich bestimmten und am 1. Januar 1872 gesetzlich eingeführten Maasssinn sind folgende:

- a, für die Länge: „das Maas“ das Zeichen m
 b, „ „ Fläche: „ das Quadratmaas“ „ „ $\square^m$
 c, „ die Körper: „ das Cubitmaas“ „ „ c^m



§. 136. Es ist jedes auf ein Maas und grösser, mit den obangezeigten Maasheiten gleichartige Größen, oder Linien, Flächen und Körper in einer Ordnung, z. B. Centimeter, Kilometer; Quadratcentimeter u. Quadratmeter; Cubicentimeter u. f. v. gibt so kann selbstständig der Inhalt irgend eines Maß, dessen Größe auf in solchen Maasheiten ausgedrückt werden.

§. 137. Der Inhalt einer geometrischen Größe ist Linienige Zahl, welche ausgedrückt wie oft die fragliche Maasheit in der gegebenen GröÙen enthalten ist.

§. 138. Will man den Inhalt einer Linie wissen, sei sie eine Länge, oder Breite, oder Höhe, oder Tiefe, oder Dicke, so muß man sie mit der Längemaasheit $\div$ Maas $\div$ wissen, oder mit einem andern

Längenmaß, welches in einem bekannten Verhältnisse
zum Meter steht, wissen und dann berechnen, woraus,
gesetzt, daß dieselbe nicht durch Auflösung aus den
Winkeln und Seiten zu finden ist, von welcher wir
hier ganz absehen.

S. 139. Will man den Fund einer Fläche wissen,
so kann man dieselbe nach folgenden Orten finden:

1, man legt die Flächenmaßeinheit - das Quadrat-
meter - so oft in die Fläche, bis dieselbe einmal
ganz überdeckt war; die Anzahl der Anordnungen,
Stellungen, gibt die Anzahl des Quadratmeter,
oder den Quadratinhalt in $\square^m$ angedeutet, an.
/: Dieser Ort von Ausmessung ist selten und sehr
unzuverlässig.

2, man misst die Ausdehnungen, der Länge und
Breite, nach bestimmten - bei den unregelmäßigen
Flächen speziell angegebenen - Regeln und be-
rechnet den Flächeninhalt. Dieser Ort der Aus-
messung ist die fast allein übliche und darum
Regel geworden.

§. 140. Die Regel, nach welcher man die gezeichneten Größen berechnet, drückt man durch Formeln aus.

§. 141. Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist ein Produkt aus Grundlinie mal der Höhe dividirt durch 2.

Oder das Produkt aus Grundlinie mal der selben Höhe.

Oder auch das Produkt aus gleicher Grundlinie mal der Höhe.

$$\text{Formel: } \frac{G \cdot H}{2} = \square \text{ Inh.}$$

$$\text{oder } G \cdot \frac{H}{2} = \square "$$

$$" \quad \frac{G}{2} \cdot H = \square "$$

G heißt Grundlinie.

H heißt Höhe.

$\square$ Inh. heißt Quadratinhalt oder auch Flächeninhalt.

§. 142. Wenn der Quadratinhalt eines Vierecks /
Dreiecks ein Produkt ist, so muß — wie uns aus der
Arithmetik bekannt ist — aus dem Quadrat, oder Fläch-
inhalt auf die Grundlinie, oder die Höhe — als ein
unbekannter Faktor — durch Rechnung gefunden werden
können. Ist der Flächeninhalt eines Dreiecks und die Grund-
linie daselben bekannt, so findet man die Höhe nach

folgenden Formeln:

$$\frac{\square \text{Ink.}}{g} \cdot 2 = H \text{ oder: } \frac{\square \text{Ink.}}{\frac{g}{2}} = H \text{ oder: } \frac{\square \text{Ink.} \cdot 2}{g} = H$$

Erklärung: Dividirt man mit der ganzen Grundlinie in dem Flächeninhalt, so erhält man die ganze Höhe; folglich muß man die ganze Höhe ebenfalls mit 2 multiplizieren um die ganze Höhe zu bekommen; dividirt man die ganze mit der selben Grundlinie, oder auch derselbe ist mit der Grundlinie dividirt durch 2, so muß man die ganze Höhe direkt finden, oder multipliziert man den Quadratinhalt mit 2 und dividirt dann das Produkt durch die Grundlinie, so muß man gleichfalls die ganze Höhe unmittelbar erhalten.

Ist dagegen der Flächeninhalt und die Höhe eines Dreieck bekannt und die Grundlinie unbekannt, so muß dieselbe gleichfalls aus den obigen Formeln gefunden werden können, denn es ist aus der Arithmetik bekannt daß man bei der Multiplikation die Faktoren beliebig vertauschen kann, ohne Änderung des Produkts.

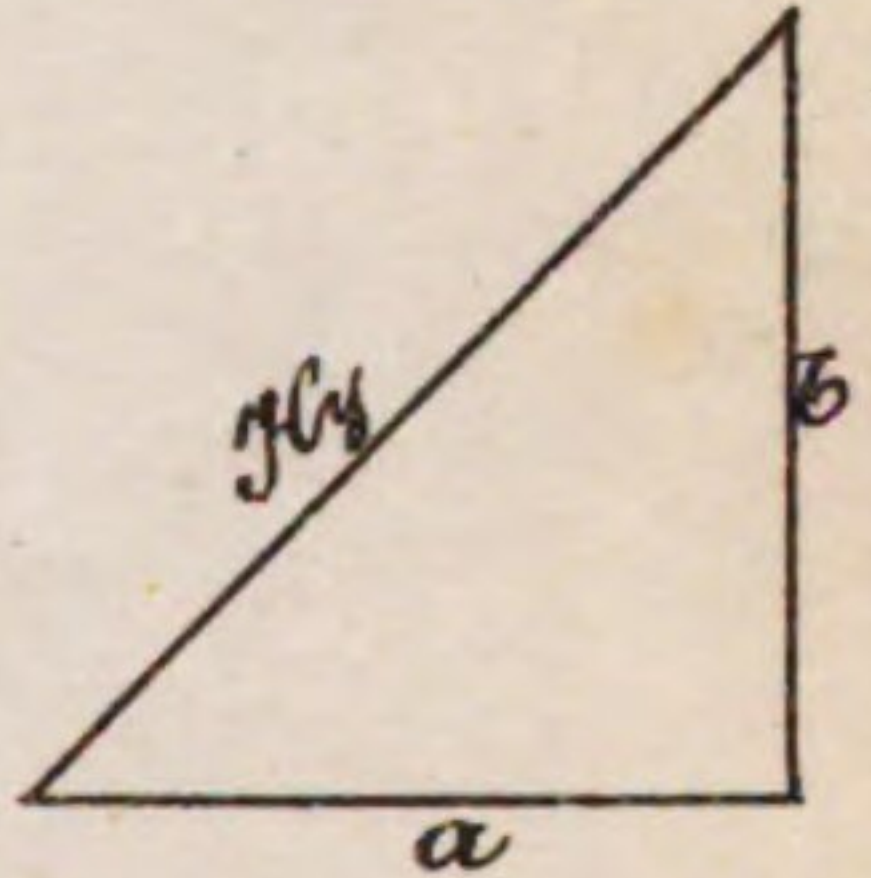
Die Formeln hiefür waren:

$$\frac{\square \text{Ink.}}{\mathcal{H}} \cdot 2 = G. \text{ oder: } \frac{\square \text{Ink.}}{\frac{\mathcal{H}}{2}} = G. \text{ oder } \frac{\square \text{Ink.} \cdot 2}{\mathcal{H}} = G.$$

S. 143 Ob das Lesem von den Versen ist bekannt,
dass die Länge der Hygotfänge aus der Länge der
Katheten und umgekehrt aus der Länge der Hygotfänge,
so auch die Katheten berechnet werden können.
Zur Berechnung der Hygotfänge dient die Formel:

$$\sqrt{Ka^2 + Kb^2} = Hy.$$

Ka heißt Kathete a Kb heißt Kathete b. Hy heißt
Hygotfänge.



S. 144. Zur Berechnung irgend einer Kathete aus
der Hygotfänge, wenn eine Kathete bekannt ist,
setzt man folgende Formel: $\sqrt{Hy^2 - Ka^2} = Kb.$
oder $\sqrt{Hy^2 - Kb^2} = Ka.$

S. 145. Zur Berechnung einer Kathete aus der Hygotf.,
wenn die beiden Katheten gleiche Länge haben
oder gleich sind, setzt man folgende Formel:

$$\sqrt{\left(\frac{Hy^2}{2}\right)} = K.$$

S. 146 Dass der Flächeninhalt eines rechtwinkligen

Druckes gleichfalls nach den obangabebenen For-
meln berechnet wird, ist bereits angedeutet.

Es gilt also, zur Berechnung der Kräfte
und des Flächeninhalts, wenn dieselben als Grund-
linien und Höhen betrachtet werden.

Hierbei ist noch anzufügen, daß der Flächen-
inhalt eines rechtwinkligen Druckes mit gleichen
Kräften der vierten Teil des Quadrats der
Höhe ist.

$$\text{Formel: } \frac{H^2}{4} = \square \text{ Inh.}$$

S. 147. Der Flächeninhalt eines Quadrats ist das
Quadrat einer Seitenlänge, d. h. man findet
den Quadratinhalt eines Quadrats, wenn man
die Zahl einer Seite ins Quadrat setzt.

$$\text{Formel: } S^2 = \square \text{ Inh.}$$

S heißt Seite des Quadrats.

S. 148. Wenn der Quadratinhalt eines Quadrats
des Quadrats der Seitenzahl ist, dann weiß die
Seite eines Quadrats auf wieder die Seitenzahl

aus dem Flächeninhalt eines Quadrats sein. Wenn findet dasselbe die Länge einer Seite von einem Quadrat, wenn man aus dem Flächeninhalt die Quadratwurzel zieht.

$$\text{Formel: } \sqrt{\square \text{ Inh.}} = \text{S des Quadrats.}$$

S. 149. Aus der Abhandlung der Parallelogramme ist uns bekannt, dass zwei Linien in den Parallelogrammen, welche die gegenüberstehenden Winkel mit einander verbindet, also die Parallelogramme in zwei gleiche, sogar Congruente Theile zerlegt, diagonale genannt wird. Ein Quadrat wird aber durch die Diagonale in zwei congruente rechtwinkelige Theile mit gleichen Katheten zerlegt, also muss auch aus der Diagonallänge hervorgehen der Flächeninhalt als die Seitenlänge eines Quadrats zu finden sein.

S. 150. Der Flächeninhalt eines Quadrats ist immer die Hälfte des Quadrats der Diagonale;

$$\text{Formel: } \frac{D^2}{2} = \square \text{ Inh.} \quad D \text{ heißt Diagonale.}$$

§. 151. Ein Dreieck ist das Quadrat ist die
 Quadratwurzel aus dem selben Quadrat der die,
 gemalt. Formel: $\frac{\sqrt{3}}{2} = S.$

§. 152. Jedes Quadrat läßt sich in zwei Dreiecke
 verwandeln die mit ihm gleiche Grundlinien und
 Höhen haben. Jedes Dreieck läßt sich in ein Quadrat
 verwandeln, das mit ihm gleichen Flächeninhalt hat.
 Folgendes ist bereits oben nachgewiesen; und
 jedes Dreieck wird in ein Quadrat verwandelt,
 das, wenn man aus dem Flächeninhalt das Drei-
 ecks die Quadratwurzel zieht.

$$\text{Formel } \sqrt{A} = S.$$

§. 153. Man kann aber auch jedes Quadrat in
ein und zwar in jedes beliebige - d. h. in ein
 rechteckiges, oder spitz- oder stumpfwinkliges
 oder gleichseitiges u. s. w. verwandeln, wenn
 man mit der Zahl der selben Grundlinien oder
 der selben Höhe eines beliebigen Dreiecks den Flä-
 cheninhalt des Quadrats dividirt.

$$\text{Formeln: } \left. \begin{array}{l} \frac{\square \text{ Inh.}}{\frac{G}{2}} = H \\ \frac{\square \text{ Inh.}}{\frac{H}{2}} = G \end{array} \right\} \text{ das Dreieck.}$$

§. 154. Das Flächeninhalt eines Rechtecks oder des Rhombus wird gefunden, wenn man seine Länge mit seiner breitesten Höhe multipliziert.

$$\text{Formel: } L \cdot H = \square \text{ Inh. } L \text{ heißt Länge.}$$

§. 155. Eigentlich kann man ein Rechteck nicht in ihrer konstanten Form betrachten, abzusondern, wie alle Dreiecke mit Ausdrücken des rechteckigen, liegen. Ein Rechteck muß man erst in ein Rechteck und ein Dreieck in rechteckigen Dreieck umwandeln, bevor man sie betrachten kann.

§. 156 Jede Rechteck läßt sich in zwei Congruente, zu Dreiecke zerlegen, die mit ihr gleiche Diagonalen, einen als Grundlinie und zusammen gleichen Quadrateninhalt haben, dann theilt man ein Rechteck Diagonal in zwei Theile, welche immer Congruent werden, so wird die Diagonale des Rechtecks zur

Grundlinie für die beiden Kreise, von welchen
aus man die rechteckigen Höfe construirt.

§. 157. Jede Kreise läßt sich in ein Rechteck
umwandeln, welches mit ihr gleichen Quadratinhalt
hat. Formel: $\frac{\square \text{ Inh.}}{\frac{G}{2}} = H \text{ des Rechtecks.}$

§. 158. Jede Kreise läßt sich in ein Quadrat
umwandeln, das mit ihr gleichen Flächeninhalt hat.
Formel: $\sqrt{\square \text{ Inh.}} = S. \text{ des Quadrats.}$

§. 159. Der Quadratinhalt eines Rechtecks oder
länglichen Rechtecks wird gefunden, wenn man
die Zahlen der Länge und Breite, oder Länge und
Höhe, multipliziert.

Formel: $L. B. = \square \text{ Inh. des Rechtecks.}$ B. heißt Breite.
Daß unter Breite die Höhe verstanden werden soll,
ist leicht begreiflich. Man wähle diesen Ausdruck
um Verweilung, weil er in der Praxis sehr häufig
gebraucht werden muß zum leichtern Verständniß
sonst zur üblichen Bezeichnung, kann man leicht

3. L. in der Provinz nicht, das Thalbadu ist lang und kurz, sondern es ist lang und breit; bei der Längsrichtung eines Akeres fragt man nicht, es ist lang und kurz, sondern das Aker ist lang u. breit; n. s. u. s. u. s. u.

§. 160. Jedes Rechteck wird durch die Diagonale in zwei congruente Dreiecke zerlegt, die zusammen mit ihren gleichen Flächeninhalt haben und davon gemeinsam ist. Diese Grundlinie sowohl die Länge als die Diagonale sein kann.

Nimmt man die Länge des Rechtecks als Grundlinie, so ist die Breite, oder in diesem Falle besser die Höhe, das Rechteck auf die Höhe der beiden Dreiecke, weil die Winkel, das sind Dreiecke eines Rechtecks, rechte Winkelige sind, also sind. Die Längsrichtung dieser rechte Winkeligen Dreiecke ist bereits angegeben.

Wird dagegen die Diagonale als Grundlinie angenommen, so ist die senkrechte Höhe von dieser aus recht zu konstruieren und bei der Längsrichtung wird der Winkel angedeuteten Weise zu lösen.

§. 161. Jedes Rechteck lässt sich auf in jedes beliebige

Quadrat, das gleichen Flächeninhalt mit dem Rechteck hat
umzuwandeln.

S. 162. Jedes Rechteck läßt sich auf in ein Quadrat
umwandeln, das mit ihm gleichen Quadratinhalt
hat, und umgekehrt; jedes Quadrat läßt sich auf in
Rechteck umwandeln, welches gleich im Quadratinhalt
mit ihm ist.

Die Transformirungen dürfen aus dem Obigen bekannt sein.

S. 163. Wenn der Flächeninhalt eines Rechtecks mit der
Multiplikation der Länge mit der Breite gefunden wird,
dann ist es immer ein Produkt und muß rückwärts
auf die unbekannte Länge oder Höhe durch Division
gefunden werden können. Dividirt man den Quadrat-
inhalt durch Höhe, so muß das Quotient die Länge sein,
und dividirt man den Flächeninhalt durch die Länge,
so muß die Höhe oder Breite das Resultat der Divisi-
on sein. Formel: $\frac{A \text{ Inh.}}{H} = L$ od. $\frac{A \text{ Inh.}}{L} = H$ oder
 $L = \text{Breite des Rechtecks.}$

S. 164. Die Länge oder Höhe, welche Breite eines Rechtecks

immer unbekannt sein mag, findet man auch, wenn
 die Diagonale und eine Seite eines Rechtecks bekannt
 sind; die Diagonale wird dann als Hypotenuse und
 die bekannte wie unbekannte Seite als Kathete betrachtet,
 hat. die Konstruktionsweise ist bekannt.

S. 165. Der Flächeneinhalt des rechteckigen Rechtecks,
 oder des Rhomboids, oder des länglichen Rechtecks, - wie
 sie auch genannt wird - ist das Produkt der Länge
 mit der breitesten Höhe.

Länglichkeit der Zueignung, Längenmessung und Klammereinstellung
 gelten dieselben Gesetze wie bei der Breite.

S. 166. Der Quadratinhalt des Trapezes oder
 Parallelogrammes wird gefunden, wenn man die bei
 den parallelen Seiten addiert, die so resultierende Summe
 - mit der durchschnittlichen Breite oder Seitenhöhe zu
 finden - durch 2 dividirt und den Quotienten
 mit der Länge oder Höhe multipliziert.

1. Sind die beiden parallelen Seiten Höhen, so ist die rechte
 Seite eine Länge oder Breite; sind die parallelen

Witten Trugzeugen Truiton, so ist die andere zur Auf-
nung zu verminderten Zahl die Höhe :/

Formel: $\frac{H + H}{2} \cdot B - \square$ Inh. oder:

$\frac{B + B}{2} \cdot H - \square$ Inh. oder $\frac{B + B}{2} \cdot L - \square$ Inh.

§. 167. Der Quadratinhalt eines Trugzeugs kann man
auch finden, wenn man dieselbe in Parallelogrammen
und rechteckige Truiecke zerlegt und diese nach
der obengedachten Weise berechnet.

§. 168. Das Trugzeug läßt sich auch in ein Quadrat,
oder in ein Rechteck, oder in ein beliebiges Trui-
eck umwandeln, deren Flächeninhalt dem des Tru-
zeugs gleich ist.

§. 169. Der Flächeninhalt eines Trugzeugs wird ge-
funden, wenn man dieselbe in zwei Truiecke zerlegt und
diese nach der bekannten Weise berechnet und den Qua-
dratinhalt beider Truiecke addirt.

§. 170. Der Quadratinhalt eines regelmäßigen Poly-

gung wird gefunden, wenn man denselben unter,
 der in ein Parallelogramm und in Trapeze u.
 Trapez, oder in ein Parallelogramm und recht,
 winkelige Trapez, oder in letzter rechtwink-
 lige Trapez zerlegt, die betheiligten Flächen be-
 rechnet und den Quadratsummt denselben zusammen
 addirt.

§. 171. Jedes reguläre Polygon kann in jedes
 beliebige Trapez, in ein Quadrat, oder Rechteck
 umgewandelt werden, welches mit ihm gleichen Qua-
 dratsummt ist.

§. 172. Der Flächeninhalt eines irregulären
 Polygons wird gefunden, wenn man denselben in
letzter Trapez zerlegt, denselben berechnet und den Quadrat-
 summt addirt.

§. 173. Jedes irreguläre Polygon kann in jedes
 beliebige Trapez, Quadrat und Rechteck umgewandelt
 werden, das mit ihm gleichen Flächeninhalt ist.

§. 174. Der Flächeninhalt eines Kreises wird gefun-
 den, wenn man den Kreisbogen mit dem selben Kre-

sind moltipliciert;

$$\text{Formel: } U \cdot \frac{R}{2} = \square \text{ Inh. oder } U \cdot \frac{D}{4} = \square \text{ Inh.}$$

U heißt Umfang, R heißt Radius, D heißt Durchmesser.

Oder, wenn das Quadrat des Durchmessers
mit 4 dividirt und der Quotient mit 3,14 moltipli-
cirt wird. Formel: $\frac{D^2}{4} \cdot 3,14 = \square \text{ Inh.}$

Oder, wenn das Quadrat des Radius mit
3,14 moltiplicirt wird.

$$\text{Formel: } R^2 \cdot 3,14 = \square \text{ Inh.}$$

§. 175. Jeder Kreis kann in jedes beliebige
Viereck, in ein Quadrat und Rechteck eingezogen,
Zelt werden, das mit dem Kreis gleichen Flächeninhalt
hat.

§. 176. Ein Parallelogramm oder ein Viereck eines
Kreises findet man, wenn der Durchmesser mit 3,14
moltiplicirt wird.

§. 177. Wenn der Flächeninhalt eines Kreises nach
der Formel - Umfang mal halben Radius - be-
rechnet wird, so betrachtet man den Kreis als ein

traint, dessen Grenzlinie der Umfang und dessen Größe der Kreis ist.

§. 178. Wird gegeben der Quadrantenfall des Kreises nach der Formel - Radius ins Quadrat mal 3, 14 - berechnet, so wird der Kreis als ein Quadrat mit gegebenem Grenzlinie betrachtet, dessen Flächeninhalt nicht Radius ins Quadrat mal 4, sondern Radius ins Quadrat mal 3, 14 genommen wird; z. B. ein Quadrat von 2 m Seitenlänge, set 1 m zur selben Größe; betrachtet man die, so fallen Größe als Radius und steht das Quadrat für, von, so erhält man 1; multipliziert man dann das Quadrat mit 4, so erhält man den Flächeninhalt des Quadrats. Da aber der Kreis keine geraden Linien und Ecken hat, so darf das Quadrat des Radius nicht mit 4, sondern nur mit 3, 14 multipliziert werden, da, dann nicht nur allein der Umfang eines Kreises, sondern auch der zum Umfang eines Quadrats - bei gleicher Durchmesser oder gleicher Seitenlänge - von 3, 14 zu 4, sondern nur der Flächeninhalt.

§. 179. Der Quadrantenfall des Ringflüßes zwischen

zwei Kreislinien, die einen Mittelpunkt haben, wird ge-
funden, wenn man den mittlern Durchmesser mit 3,14
und mit der Entfernung der beiden Kreislinien
multipliziert.

Formel: $\frac{D+d}{2} \cdot 3,14 \cdot B = \square$ Inh. B heißt Breite der
Ringfläche.

§. 180. Der cubische Inhalt eines Cubus oder Würfels
selbst wird gefunden, wenn man die Zahl der Kantens-
länge in den Cubus setzt.

Formel: $K^3 = Cu.$ Inh. K heißt Kante.

§. 181. In der cubischen Inhalt eines Würfels der
Cubus der Kantenslänge ist, so muß die Kantenslänge
eines Würfels auf wieder gefunden werden kon-
nen, wenn aus dem Cubus dieses Würfels die Cu-
bikwurzel gezogen wird.

Formel: $\sqrt[3]{Cu \text{ Inh.}} = K.$

§. 182. Den cub. Inhalt eines Parallelepipedums
oder Balken findet man, wenn die Grundfläche mit
der Höhe, oder die Quersfläche mit der Länge des Parallele-

gegebenes moltiplicirt wird.

Formel: $Gr. \cdot H = Cu \text{ Inh.}$ oder $St. \cdot L = Cu. \text{ Inh.}$

Gr. heißt Grundfläche; H heißt Höhe; St heißt Strenfläche;
L heißt Länge.

§. 183. Jedes Parallelogramm kann in einen
Würfel umgewandelt werden, welcher mit ihm gleichen
Cubitusinhalt hat, wenn man aus dem Cubitusinhalt eines
Parallelogramms die Cubituszahl zieht.

Formel: $\sqrt[3]{Cu \text{ Inh.}} = K \text{ des Würfels.}$

§. 184. Der Cubitusinhalt eines Railes wird gefunden,
wenn die Grundfläche mit der selben Höhe moltiplicirt
wird. Formel: $Gr. \cdot \frac{H}{2} = Cu \text{ Inh.}$

§. 185. Entwerft man dagegen die Strenfläche als
Grundfläche, so wird der Cubitusinhalt des Railes ge-
funden, wenn die Grundfläche mit der selben Länge
moltiplicirt wird. Formel: $Gr. \cdot \frac{L}{2} = Cu. \text{ Inh.}$

§. 186 Jeder Rail kann in ein Parallelogramm
umgewandelt werden, des gleichen Cubitusinhalt, aber

nur die Höhe der Größe, oder der Länge, oder der Grundfläche fort.

$$\text{Formel: } \frac{Cu \text{ Inh.}}{H} = \frac{H}{2}; \quad \frac{Cu \text{ Inh.}}{Gr.} = \frac{L}{2};$$

$$\frac{Cu \text{ Inh.}}{H} = \frac{Gr.}{2} \text{ das Parallelogramm.}$$

§. 187. Jeder Keil kann in einen Würfel, der mit ihm gleichen Cubikinhalt hat, umgewandelt werden, wenn man aus dem Cubikinhalt des Keils die Cubikwurzel zieht.

$$\text{Formel: } \sqrt[3]{Cu \text{ Inh}} = K \text{ des Würfels.}$$

§. 188. Der cubische Inhalt eines Prismas wird gefunden, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multipliziert. Formel: $Gr. H = Cu \text{ Inh.}$

§. 189. Jedes Prisma läßt sich so genau so wie ein Keil zerlegen, die mit ihm gleiche Höhe oder Länge, und zusammen genau so viel Cubikinhalt einfließen sein das Prisma, als ja nun das beiden helfenden das Prisma besteht haben.

$$\text{Formel: } \frac{\text{Grundfläche}}{\text{die Länge des Prismas}} = \text{Flächeneinhalt.}$$

/: ja nimmt $\text{Trainto} : / \cdot L = \text{Ca Ink.} / : \text{ja nimmt Keile} : /$
 . der Anzahl der Keile = Ca Ink. der sämtlichen
 Keile oder des Kreises. —

Dies gilt jedoch nur für den Fall, daß sämtliche Trainto
 eine Componente waren. —

In andern Fällen werden die Grundflächen der
 Keile, welche für Trainto sind, gesondert berechnet, mit
 der Länge, welche bei jedem Keil dieselbe ist, der
 Keile multipliziert, welches der Cubikinhalt der Keile,
 und die Summe davon der Cubikinhalt sämtlicher
 Keile, oder des Kreises wieder gibt.

§. 190. Jedes Kreissegment läßt sich in ein Parallelogramm,
 welches mit ihm gleichen Cubikinhalt und gleiche Höhe
 oder Grundfläche hat, umwandeln, wenn man mit der
Höhe oder der Grundfläche nimmt zu bestimmten Paralle-
 logramm in den Cubikinhalt eines Kreises verhält.

$$\text{Formel: } \frac{\text{Ca Ink.}}{H} = \text{Gr des Parallelogramms.}$$

$$\frac{\text{Ca Ink}}{G} = H \quad " \quad " \quad "$$

§. 191 Jedes Kreissegment kann in einen Würfel, der

mit ihm gleichen Cubiteinfalt hat, umgekehrt werden.

Formel: $\sqrt[3]{Cu Inh.} = K \text{ des Würfels.}$

§. 192. Der cubische Inhalt einer Malze oder eines Cy^linders wird gefunden, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multipliziert.

Formel: $Gr. \cdot H = Cu Inh.$

§. 193. Jede Malze kann in ein Prisma, das mit gleicher Höhe, oder Grundfläche und gleichem Cubiteinfalt hat, umgekehrt werden. Löst man die Höhe des Prismas, so wird der Cubiteinfalt der Malze mit der Grundfläche der Malze, welche umf den Querschnittswert der Grundfläche des Prismas ist, dividirt. Die Höhe des Prismas ist dieselbe wie die der Malze, wenn die Grundflächen gleichen Querschnittswert haben.

§. 194. Jede Malze läßt sich auch in einen Keil, in ein Parallelepipedum und in einen Würfel umkehren, die mit ihr gleichen Cubiteinfalt z. z. haben, nach der oben angegebenen Weise.

S. 195. Der Cubikinhalt eines solchen Cylinders/: Köper:/ findet man durch Multiplikation der Ringfläche mit der punktierten Höhe.

$$\text{Formel: } \left(\frac{D^2}{4} - \frac{d^2}{4} \right) \cdot 3,14 \cdot H = Cu \text{ Inh.}$$

$$\text{oder } ((R^2 \cdot 3,14) - (r^2 \cdot 3,14)) \cdot H = Cu \text{ Inh.}$$

S. 196. Der Cubikinhalt einer Pyramide findet man durch Multiplikation der Grundfläche mit der Höhe $\frac{H}{3}$, oder durch 3; oder wenn man die Grundfläche mit dem dritten Teil der Höhe multipliziert.

$$\text{Formel: } \frac{Gr \cdot H}{3} = Cu \text{ Inh.}$$

$$\text{oder: } Gr \cdot \frac{H}{3} = Cu \text{ Inh.}$$

S. 197. Der Cubikinhalt eines Pyramidenstumpfes oder der abgestützten Pyramide wird gefunden, wenn man die Grundfläche, und die obere Fußfläche, sowie die mittlere Proportionalfläche zusammen addiert, die Summe durch 3 dividirt und mit der punktierten Höhe multipliziert.

$$\text{Formel: } \frac{Gr + gr + \sqrt{Gr \cdot gr}}{3} \cdot H = Cu \text{ Inh.}$$

gr heißt klein oder obere Fußfläche.

Die mittlere Proportionalflähe findet man, wenn man die Grundflähe mit der oberen Flähe multipliziert und aus dem Produkt die Quadratwurzel zieht. Formel: $a : x = x : b = \sqrt{a \cdot b} = x$ und x ist für die mittlere Proportionalflähe.

§. 198. Umzufinden wird der cubische Inhalt eines gestümmelten Pyramiden auf gegeben, wenn man dieselbe als Prisma betrachtet, welches das arithmetische Mittel aus den beiden Flähen zur Grundflähe und dieselbe Höhe wie die Pyramide hat. Formel: $\frac{Gr + gr}{2} \cdot H = Cu. Inh.$

§. 199. Der cubische Inhalt eines Kegels wird gegeben, wenn man die Grundflähe mit der Höhe multipliziert und das Produkt durch 3 dividirt; oder: wenn man die Grundflähe mit dem dritten Theil der Höhe multipliziert; oder: wenn man den dritten Theil der Grundflähe mit der ganzen Höhe multipliziert. Formel: $\frac{Gr \cdot H}{3} = Cu. Inh.$
oder: $Gr \cdot \frac{H}{3} = Cu. Inh.$ oder: $\frac{Gr}{3} \cdot H = Cu. Inh.$

§. 200. Ein Mantelfläche eines Kegels ist ein
Zwisch, welches den Umfang der Grundfläche zur
Grundlinie und die scheinbare Höhe des Kegels zur Höhe hat.

Ein Mantelfläche eines Kegels wird gefunden,
wenn man den Umfang der Grundfläche mit der
Mantellinie multipliziert.

Formel: $\frac{U \cdot s H}{2} = \square$ Inh. der Mantelfläche.

U heißt Umfang, s H heißt scheinbare Höhe

§. 201. Der kubische Inhalt eines abgestützten Kegels
wird gefunden, wenn man das Quadrat des kleinen Radius zum Qua-
drat des großen Radius und zum Produkt des großen mal dem klei-
nen Radius addiert, die so erhaltene Summe durch
3 dividirt, den Quotienten mit 3, 14 und mit der
höchsten Höhe multipliziert.

Formel: $\frac{R^2 + r^2 + (R \cdot r) \cdot 3, 14 \cdot H}{3} = \text{der Inh.}$

§. 202. Annähernd wird der kubische Inhalt eines ab-
gestützten Kegels /: Längstammens /-wie ihn die Form,
hüte beinahe - gefunden, wenn man denselben als
Cylinder, dessen Durchmesser der Grundfläche derselbe ist,

mittlere Mittel aus den beiden Durchmesser ist, betrachtet, also die beiden Durchmesser addirt, die Summe durch 2 dividirt, dann man beim Cylinder den Radius ins Quadrat setzt, das Quadrat das Rad. mit 3, 14 und mit der funktionen Höhe das Kugelhützel multipliziert.

Formel: $\frac{D+d}{2} = \text{mittlerer Durchmesser}$; dann $\left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot 3,14 \cdot H = \text{Cu. Inh.}$

§. 203. Ein Mantelfläche eines abgestutzten Kegels ist ein Trapez, dessen gegenüber Seiten der mittlere Umfang der beiden Endflächen und dessen Höhe die schiefe Höhe des Kegels ist.

Formel: $\frac{U+u}{2} \cdot sH = \text{Cu. Inh.}$ der Mantelfläche
 U heißt Umfang der grossen und u Umfang der kleinen Endfläche; sH heißt schiefe Höhe des Kugelhützel.

§. 204. Jeder Kegel lässt sich in einen Cylinder mit gleicher Höhe und gleichem Cubikinhalt umwandeln, wenn man mit der Höhe den Cubikinhalt des Kegels dividirt; die Grundfläche des Cy.

lindere wird dann bloß $\frac{1}{3}$ des Quadratinhalts des
Kugels geben, weil jeder Kugel bloß der dritte
Theil eines Cylinders von gleicher Grundfläche und
Höhe ist. Das Maßen wie bei den vorhergehenden
Körpern.

S. 205. Der Cubikinhalt des Kugels wird gefunden,
dann, wenn man den Durchmesser in Cubus setzt, den
Cubus dann mit 3, 14 multipliziert und das Produkt
mit 6 dividirt.

$$\text{Formel: } \frac{D^3 \cdot 3,14}{6} = Cu \text{ Inh.}$$

S. 206. Der Durchmesser eines Kugels wird gefunden,
dann, wenn man den Cubikinhalt des Kugels mit 6 multi-
pliziert, das Produkt durch 3, 14 dividirt und aus
dem Quotienten den Cubikwurzel zieht.

$$\text{Formel: } \sqrt[3]{\frac{Cu \text{ Inh.} \cdot 6}{3,14}} = D \text{ des Kugel}$$

S. 207. Die Oberfläche eines Kugels wird gefunden,
wenn man den größten Durchmesser ins Quadrat set-
zt und mit 3, 14 multipliziert; oder, wenn man
den Durchmesser des größten Kreisflähe des Kugels

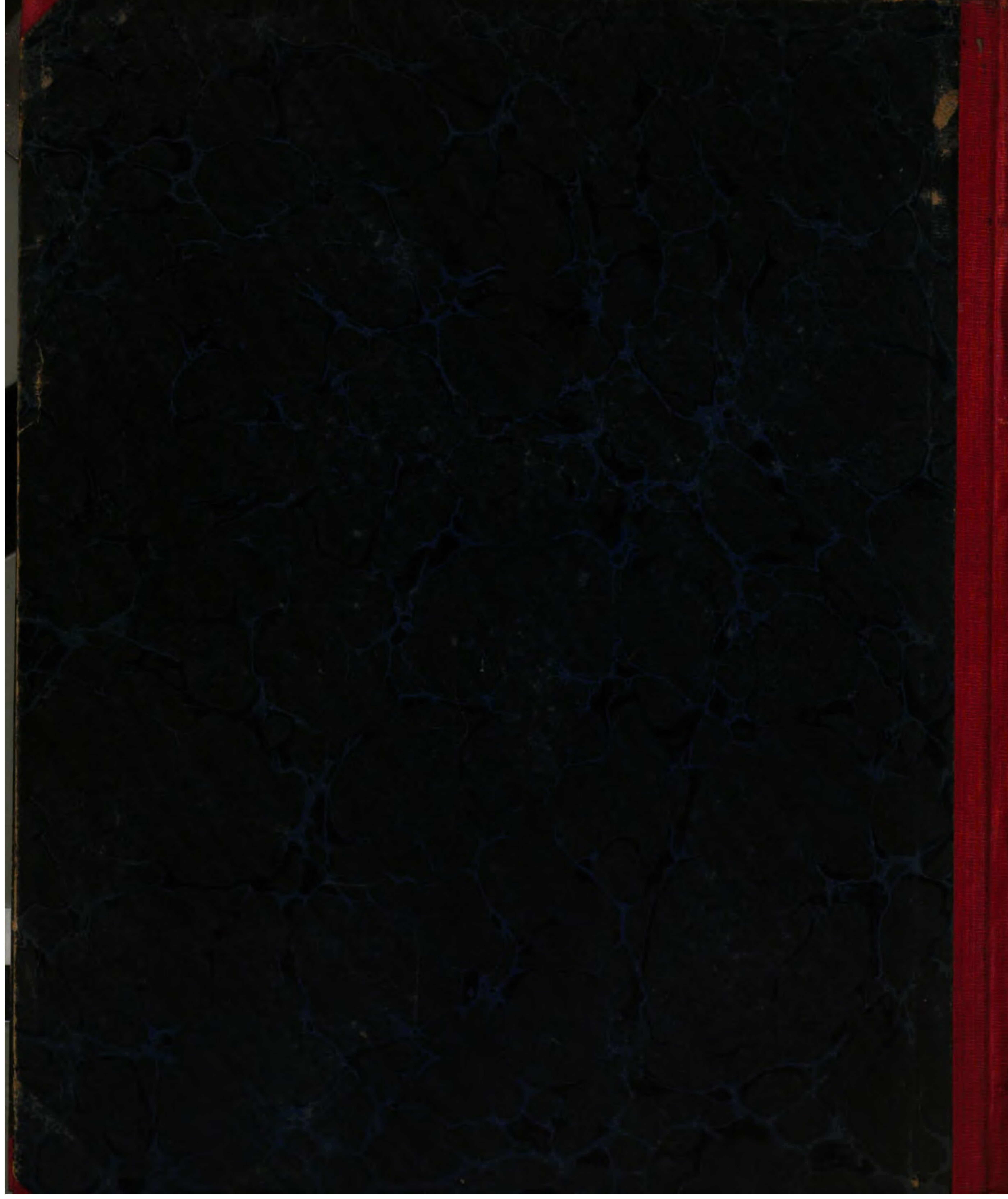
mit dem Anfangen der selben moltiplicirt.

Formel: $D \cdot U = 0$; heißt Oberflüche der Kugel.

Formel für oben: $D^2 \cdot 3, 14 = 0$; heißt Oberflüche.

§. 208. Von Cubikinhalt einer gegebenen Kugel fin,
 Ist man, wenn vom Cubus des größten Durchmessers
 der Cubus des kleinen Durchmessers subtrahirt,
 die Differenz mit 3, 14 moltiplicirt und das
 Produkt durch 6 dividirt wird.

Formel: $\frac{D^3 - d^3}{6} \cdot 3, 14 = \text{Cu Inh. der}$
 gegebenen Kugel.



Eberth, Franz,

Zusammenstellung der Lehrvorträge über Geometrie von Franz Eberth gehalten
in den beiden Schuljahren 1873/74 und 1874/75

Landsberg a/L 1875

4 Math.p. 103 b

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11309543-4